Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
P. Konstantis

WS 2008/09
26.01.2009
Blatt 14

Übungen zu „Lineare Algebra I“

1. Sei K ein Körper sowie $\mathcal{A}$ und $\mathcal{B}$ Basen eines K–Vektorraumes der Dimension $n \in \mathbf{N}$. Zeigen Sie : Sind $T^{\mathcal{A}}, T^{\mathcal{B}} : K^n \to V$ die zugehörigen Koordinaten–Isomorphismen, so gilt für die Basiswechselmatrix S zwischen $\mathcal{B}$ und $\mathcal{A}$

$$T^{\mathcal{A}} \circ f_S = T^{\mathcal{B}}.$$

2. Sei $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ gegeben durch

$$f(x_1, x_2) := (x_1 + x_2, x_1 - x_2).$$

Sei weiter $\mathcal{K} = (e_1, e_2)$ die kanonische Basis des $\mathbf{R}^2$ und $\mathcal{A} = (v_1, v_2)$ mit $v_1 = e_1 + e_2$ und $v_2 = e_1$. Bestimmen Sie die Basiswechselmatrizen S von $\mathcal{K}$ auf $\mathcal{A}$ und T von $\mathcal{A}$ auf $\mathcal{K}$ sowie die Matrizen $A = M(f, \mathcal{K}, \mathcal{K})$, $B = M(f, \mathcal{A}, \mathcal{A})$ und überprüfen Sie die Formel $B = SAT$.

3. Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrrrrcl} x_1 & +5x_2 & & +x_4 & +4x_5 & = & 1 \\ -x_1 & -5x_2 & +x_3 & -3x_4 & -4x_5 & = & 0 \\ -x_1 & -5x_2 & +2x_3 & -5x_4 & -4x_5 & = & 1 \\ x_1 & +5x_2 & -x_3 & +3x_4 & +4x_5 & = & 0 \end{array}$$

4. Sei K ein Körper. Zeigen Sie: Sind $A, B \in \mathrm{Mat}_n(K)$ mit $AB = E$, so ist auch $BA = E$.

Abgabe: Montag, 2. Februar 2009, 11 Uhr