

Mathematik I für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Einführung, Zahlen & Kartesische Koordinaten

Stefan Keppeler

15. Oktober 2008

Warum Mathematik?

Zahlen

Kartesische Koordinaten

Ebene \mathbb{R}^2 und Raum \mathbb{R}^3

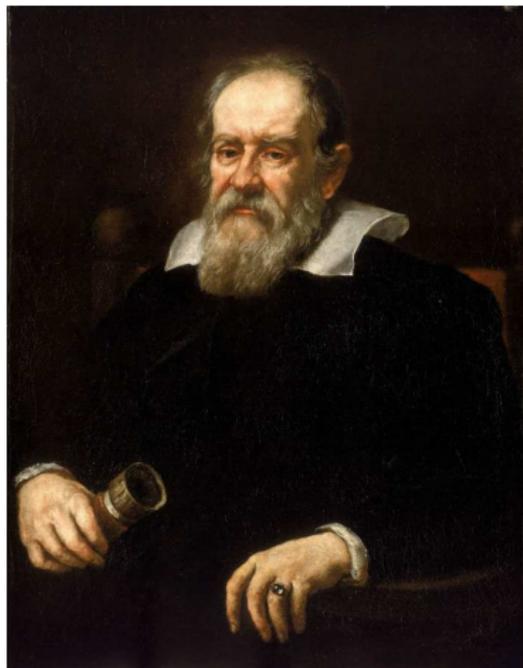
Allgemein: \mathbb{R}^n

Punktmenge in der Ebene

*Das Buch der Natur ist mit
mathematischen Symbolen
geschrieben.*

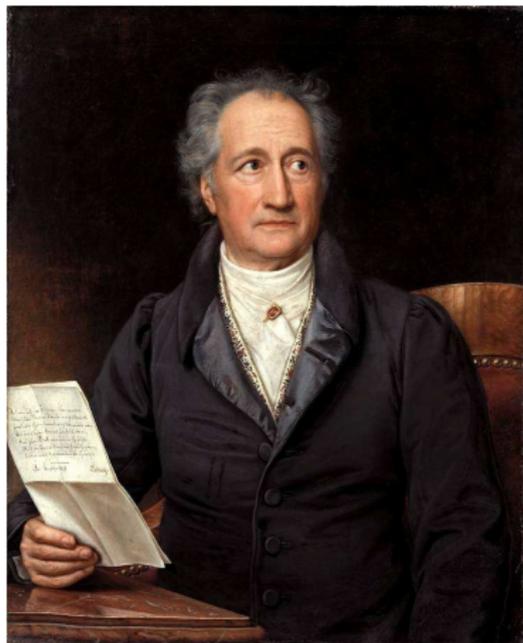
Galileo Galilei

*Genauer: Die Natur spricht die Sprache
der Mathematik: die Buchstaben
dieser Sprache sind Dreiecke, Kreise
und andere mathematische Figuren.*



Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anderes.

Johann Wolfgang von Goethe



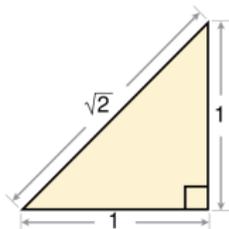
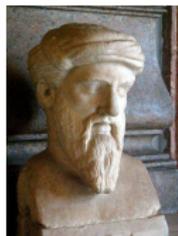
Ich wenigstens kenne keine vollbefriedigende Erklärung dafür, warum jede ungerade Zahl (von 3 ab), mit sich selbst multipliziert, stets ein Vielfaches von 8 mit 1 als Rest ergibt.

Erich Bischoff, Erforscher der Kabbalah



Zahlenmengen

- ▶ \mathbb{N} die natürlichen Zahlen $\{1, 2, 3, \dots\}$,
- ▶ $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ die natürlichen Zahlen inkl. der Null,
- ▶ $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ die ganzen Zahlen,
- ▶ $\mathbb{Q} = \{\frac{p}{q} \mid p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$
die rationalen Zahlen – Brüche bzw. Zahlen mit endlicher oder periodischer Dezimalbruchentwicklung,
- ▶ \mathbb{R} die reellen Zahlen – enthalten zusätzlich zu \mathbb{Q} Zahlen wie $\sqrt{2} \approx 1,414\dots$, $\pi \approx 3,141\dots$ oder $e \approx 2,718\dots$, die nicht als Bruch geschrieben werden können.



Bemerkungen

- ▶ $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ 
- ▶ \mathbb{R} anschaulich: Zahlenstrahl 
- ▶ $\mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



- ▶ Punkte in der Ebene \mathbb{R}^2 :

Angabe eines Paares von reellen Zahlen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (x_1, x_2) \quad \text{wobei} \quad x_1, x_2 \in \mathbb{R}$$



- ▶ Punkte im Raum \mathbb{R}^3 :

Angabe eines Tripels von reellen Zahlen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (x_1, x_2, x_3) \quad \text{wobei} \quad x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$$



- Allgemein (zunächst abstrakt): Punkte im \mathbb{R}^n :
Angabe eines n -Tupels von reellen Zahlen

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad (x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \text{wobei} \quad x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$$

Beispiel: Betrachte z.B. die Ergebnisse von 7 Temperaturmessungen an aufeinanderfolgenden Tagen als Punkt im \mathbb{R}^7 .

Bereiche oder “Figuren” in der Ebene

entsprechen (in Koordinaten)

Teilmengen des \mathbb{R}^2 .

Umgekehrt können wir Teilmengen des \mathbb{R}^2 graphisch darstellen.

