ungerade Zahl: $2n+1$, $n=0,1,2,3$

quadrieren: $(2n+1)^2 = \underbrace{4n^2+4n}_{\text{zu zeigen: teilbar durch } 8} + 1$ gibt dann Rest 1

$$\frac{4n^2+4n}{8} = \frac{n^2+n}{2} = \frac{n(n+1)}{2}$$

entweder ist n gerade oder $(n+1)$ gerade,

d.h. $\frac{n(n+1)}{2}$ ist ganzzahlig $\square$

übrigens: $n=0$ (d.h. "ungerade Zahl" 1)

und $n = -1, -2, -3, \ldots$ geht auch

Vorlesung

allgemeine, mathematische, präzise Aussagen (inkl. math. Notation)

ÜA

In Alltagssprache formulierte Probleme

Übersetzen (+ Lösen)

Annahme $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$, d.h.

$\exists\, p, q$, so dass $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ $(p, q \in \mathbb{N})$

vollständig gekürzt (also keine gemeinsame Teiler)

$\Leftrightarrow \quad p^2 = 2q^2$

$\Rightarrow \quad p^2$ gerade $\Rightarrow p$ gerade (also durch 2 teilbar) (*)

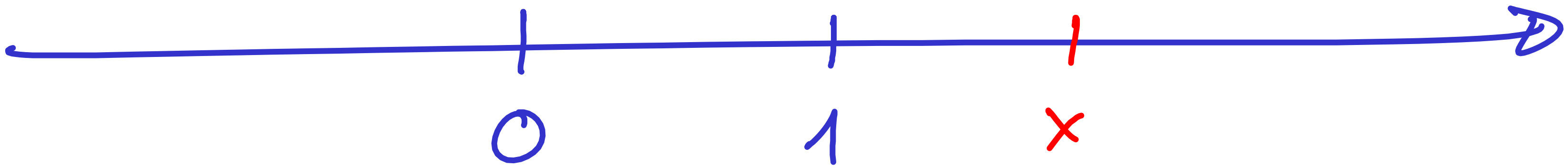
$\Rightarrow \quad p^2$ durch 4 teilbar

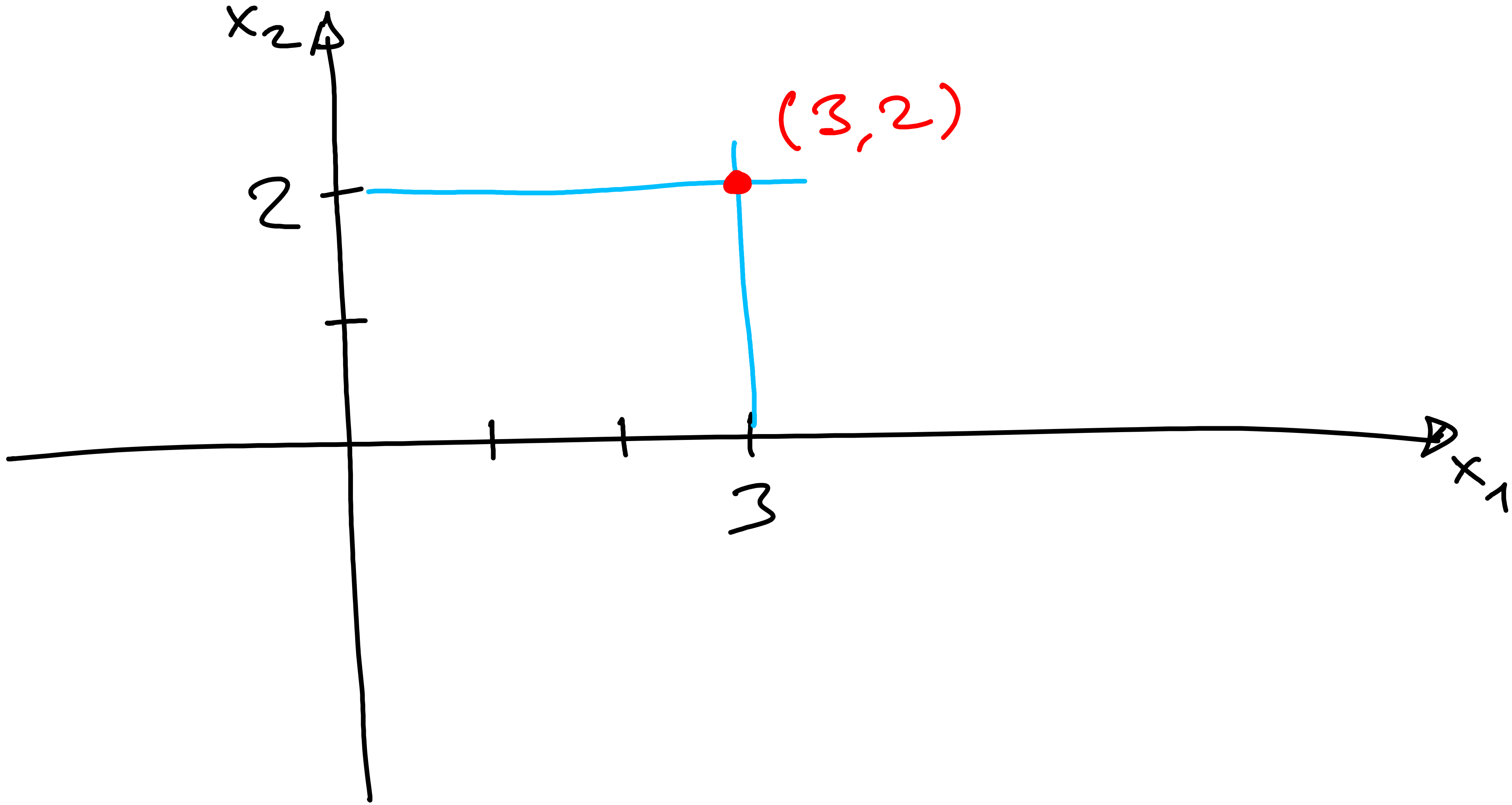
$\Rightarrow \quad q^2$ gerade $\Rightarrow q$ gerade (also durch 2 teilbar) (+)

(*) + (+) ↯ $\frac{p}{q}$ vollständig gekürzt

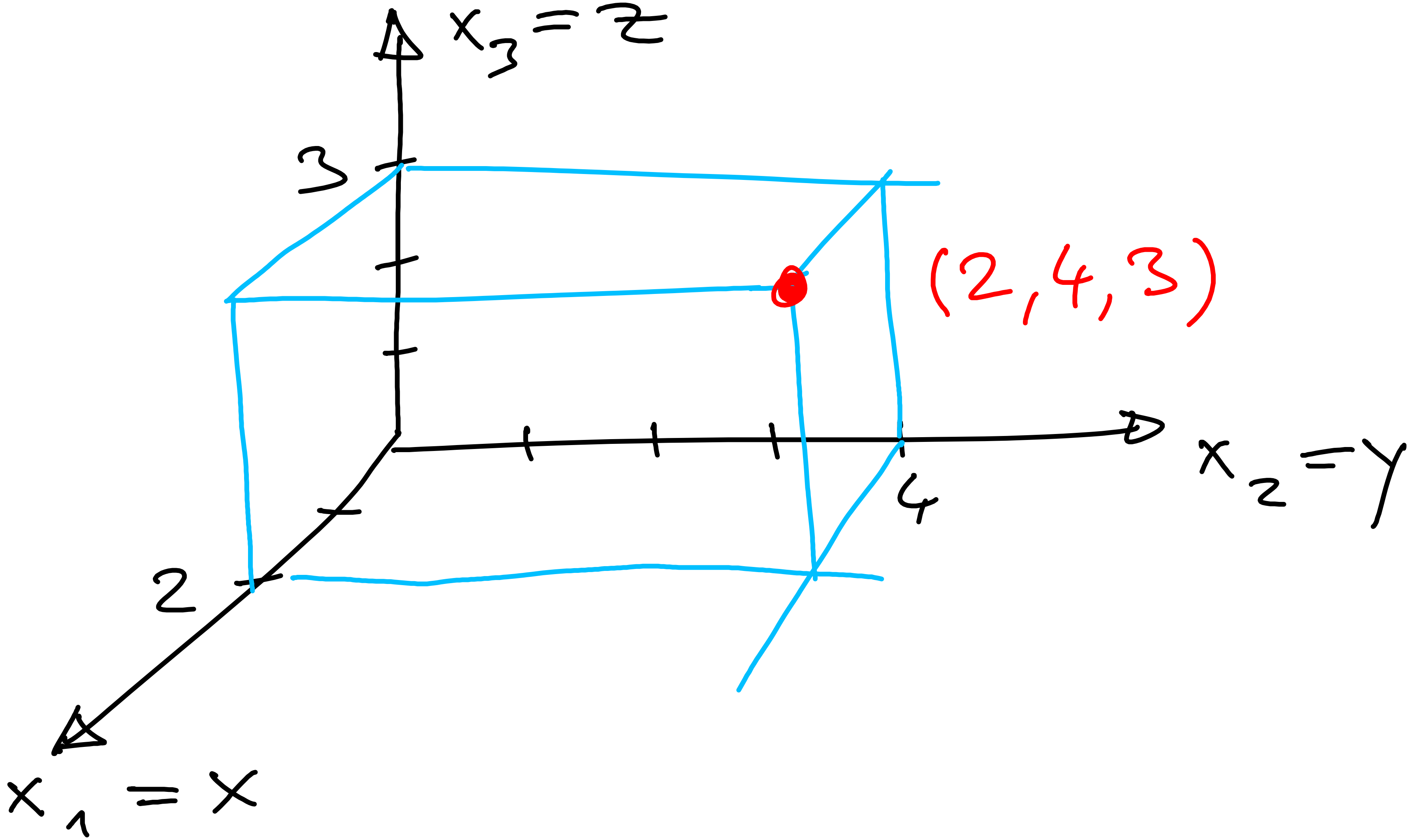
Folglich $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Jedem $x \in \mathbb{R}$ entspricht ein Punkt auf dem Zahlenstrahl und umgekehrt

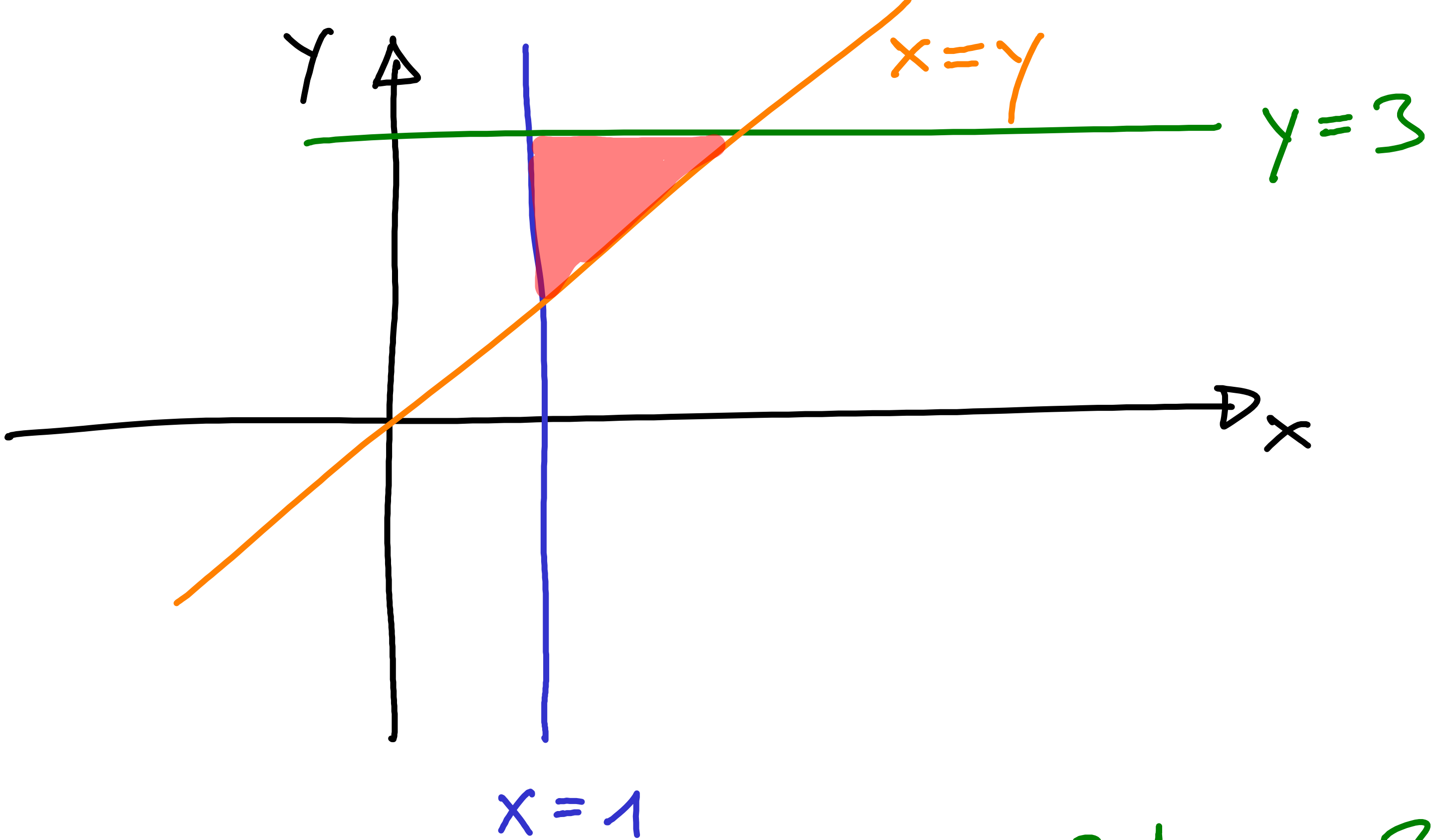




x_2
2
3
x_1
(3,2)



$x_3 = z$
3
$(2,4,3)$
4
$x_2 = y$
2
$x_1 = x$



$\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=1\}$, $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y=3\}$

$\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x=y\}$

$\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x>1\}\cap\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid y<3\}\cap\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x<y\}$

weitere Beispiele: Graphen von Funktionen

Funktionen: z. B. Abbildungen von $\mathbb{R}$ nach $\mathbb{R}$

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ & \rotatebox{90}{$\in$} & & \rotatebox{90}{$\in$} \\ & x & \longmapsto & f(x) \end{array}$$

später auch $\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ o. ä.

Kurzschreibweise: z. B.

$f(x) = x$ oder $g(x) = x^2 \sin x$

Graph von f:

$$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x)\}$$

mit $f(x) = x$ ist das z. B. die orange Gerade der vorherigen Seite