$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

2×3 $\qquad$ 3×2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 6 \\ 7 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ ist symmetrisch,}$$

d. h. $A^T = A$

nur möglich für quadratische Matrizen, d. h. $n \times n$

$$\underset{3\times 2}{\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}} \cdot \underset{2\times 1}{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{\in \mathbb{R}^2} = \underset{3\times 1}{\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{\in \mathbb{R}^3}$$

$$
\begin{tikzcd}
\text{TÜ} \arrow[r, bend left, "5\%"] & \text{RT} \arrow[l, bend left, "10\%"]
\end{tikzcd}
$$

$$
N^{(0)} = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 84\,000 \\ 112\,000 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow \text{Tübingen} \\ \leftarrow \text{Reutlingen} \end{array} \end{array}
$$

$$N_1^{(1)} = 0{,}95 \cdot N_1^{(0)} + 0{,}1 \cdot N_2^{(0)}$$

$$N_2^{(1)} = 0{,}05 \cdot N_1^{(0)} + 0{,}9 \cdot N_2^{(0)}$$

Spaltensumme 1 da keine Geburten etc.

$$
N^{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}9 \end{pmatrix}}_{= W \text{ Übergangsmatrix}} N^{(0)}
$$

Fibonacci-Hasen

einjährige und zweijährige Hasen $N^{(t)} = \begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \end{pmatrix}$

einjährige Hasen kriegen Junge (+ werden zweijährig)

zweijährige —— " —— (und sterben)

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)}$$

$$N_2^{(t+1)} = N_1^{(t)}$$

$$N^{(t+1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{=L} N^{(t)}$$

Leslie-Matrix für Fibonacci-Hasen

erweitertes Modell

20% der 2-jährigen Hasen werden 3 Jahre alt

(+ kriegen nochmal Junge)

5% der Hasen sterben im 1. Jahr

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)} + N_3^{(t)}$$

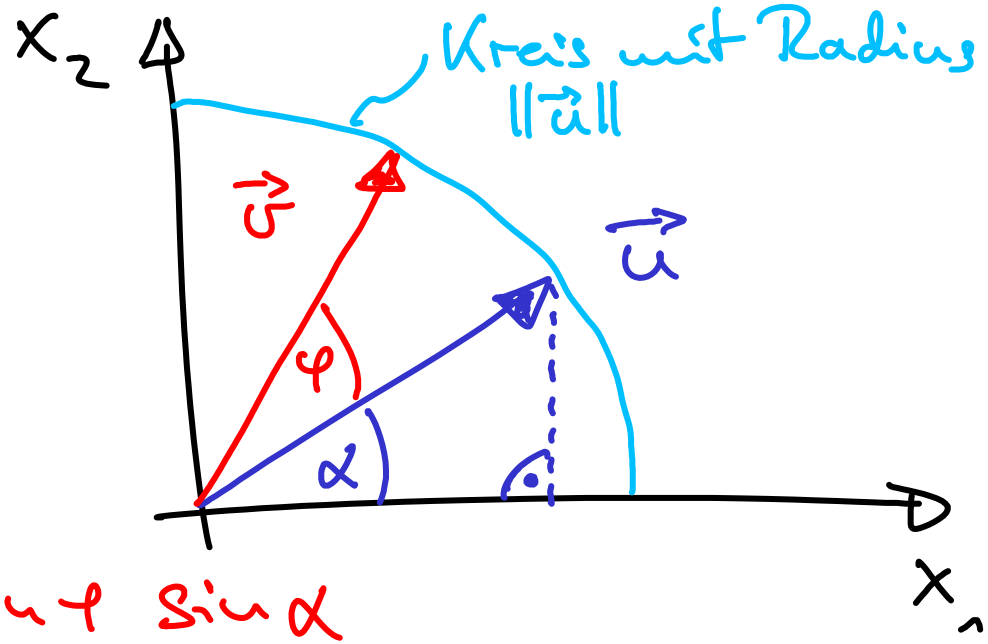
$$N_2^{(t+1)} = 0{,}95 \cdot N_1^{(t)}$$

$$N_3^{(t+1)} = 0{,}2 \cdot N_2^{(t)}$$

$$N^{(t+1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}95 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \end{pmatrix} N^{(t)}$$

$$u_1 = \|\hat{u}\| \cos\alpha$$

$$u_2 = \|\hat{u}\| \sin\alpha$$



$$v_1 = \|\hat{u}\| \cdot \cos(\varphi + \alpha)$$

$$= \underline{\|\hat{u}\|} \cos\varphi \, \underline{\cos\alpha} - \underline{\|\hat{u}\|} \sin\varphi \, \underline{\sin\alpha}$$

$$= \cos\varphi \cdot u_1 - \sin\varphi \cdot u_2$$

$$v_2 = \|\hat{u}\| \cdot \sin(\varphi + \alpha)$$

$$= \|\hat{u}\| \sin\varphi \cos\alpha + \|\hat{u}\| \cos\varphi \sin\alpha$$

$$= \sin\varphi \cdot u_1 + \cos\varphi \cdot u_2$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \vec{u}$$

$$BA = I = AB \qquad (i)$$

$$CA = I = AC \qquad (ii)$$

$$C = C \cdot I \underset{(i)}{=} C(AB) = (CA)B$$

$$\underset{(ii)}{=} IB = B \qquad \square$$

gegeben: $A \neq 0$, $A^2 = 0$

<u>Annahme:</u> A hat Inverse, $A^{-1}A = I$

$$A^2 = 0 \qquad \text{von links mit } A^{-1}$$

$$\Rightarrow \quad A^{-1}A^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad A^{-1}(AA) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad (A^{-1}A)A = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad IA = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad A = 0$$

↯ zur Voraussetzung dass $A \neq 0$