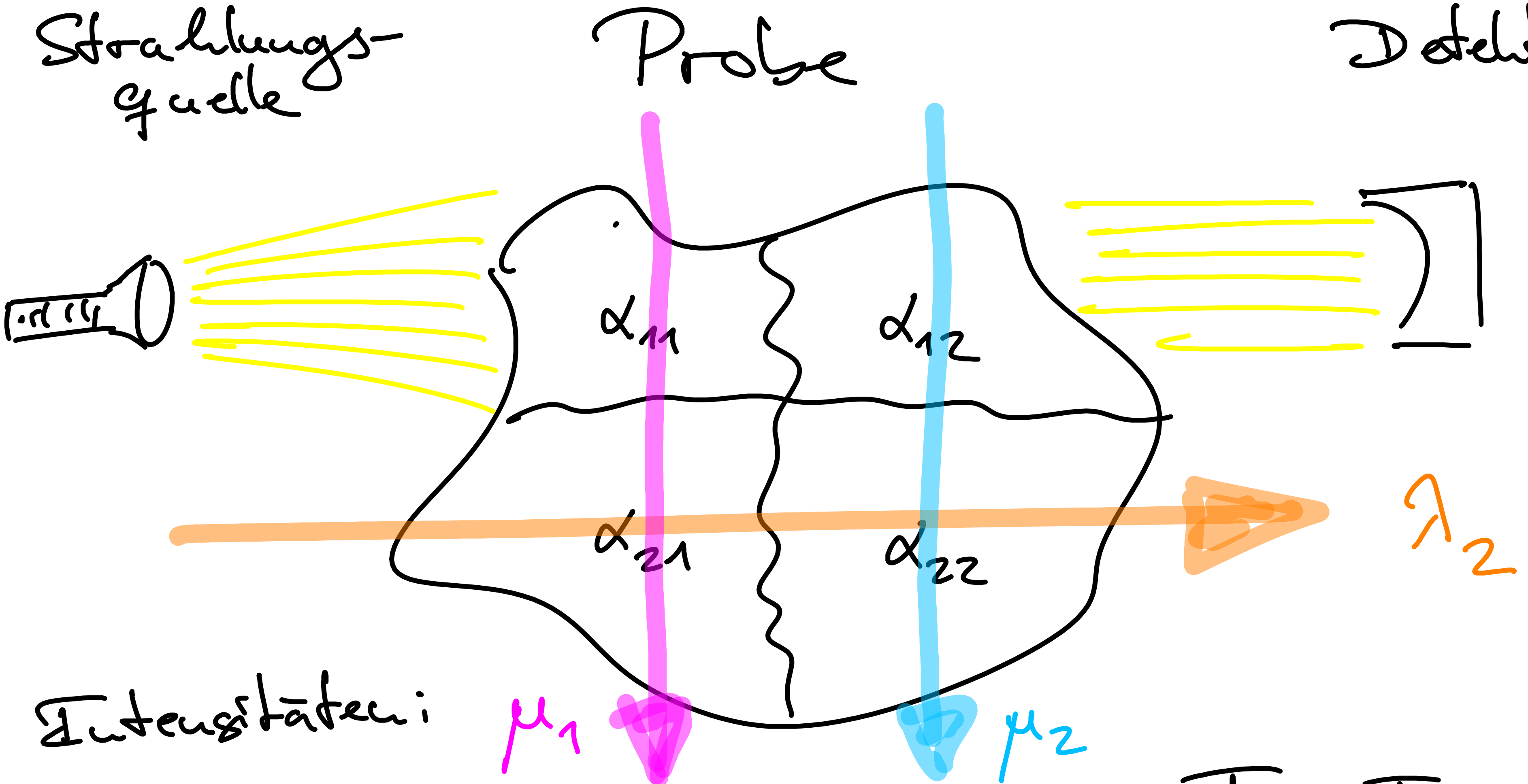

Intensitäten:

$$I_0 \rightsquigarrow I = I_0 \alpha_{11} \alpha_{12}$$

$$\lambda_1 = \frac{I}{I_0} = \alpha_{11} \alpha_{12}$$

messen

interessiert uns

Kurzschreibweise

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{array}\right)$$

bedeutet

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 3 \\ 4x_1 + 5x_2 &= 6 \end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 4 & 3 & -2 & 16 \\ 2 & 2 & 3 & -4 & 14 \\ -5 & -5 & -2/3 & -11/3 & -23/3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \mid \cdot \frac{1}{4} \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3/4 & -1/2 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & -4 & 14 \\ -5 & -5 & -2/3 & -11/3 & -23/3 \end{array}\right) \begin{array}{l} -2 \quad 5 \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3/4 & -1/2 & 4 \\ 0 & 0 & 3/2 & -3 & 6 \\ 0 & 0 & 37/12 & -37/6 & 37/3 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \mid \cdot \frac{2}{3} \\ \mid \cdot \frac{12}{37} \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3/4 & -1/2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -1 \\ \\ \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3/4 & -1/2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Zeilenstufenform

bedeutet

$$x_1 + x_2 + 3/4\, x_3 - \tfrac{1}{2} x_4 = 4$$
$$x_3 - 2x_4 = 4$$

zweite Zeile: wähle $x_4 = t \in \mathbb{R}$ beliebig

$$\Longrightarrow \quad x_3 = 4 + 2t$$

erste Zeile: wähle $x_2 = s \in \mathbb{R}$ beliebig

$$\Longrightarrow \quad x_1 = 4 - s - \tfrac{3}{4}(4+2t) + \tfrac{1}{2}t$$
$$= 1 - s - t$$

Lösung

allgemeine Lösung:

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

"Ebene im $\mathbb{R}^4$" ← Lösungsmenge des LGS z.z.: $L_{\vec{0}}$ ist Unterraum

- $L_{\vec{0}} \subseteq \mathbb{R}^m$ (offensichtlich)
- $\vec{u}, \vec{v} \in L_{\vec{0}}$ d.h. $A\vec{u} = \vec{0} = A\vec{v}$

Ist auch $(\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R})$ $\alpha\vec{u} + \beta\vec{v} \in L_{\vec{0}}$?

löst dieser Vektor das LGS ?

$$
\begin{aligned}
A(\alpha\vec{u} + \beta\vec{v}) &= A(\alpha\vec{u}) + A(\beta\vec{v}) \\
&= \alpha(A\vec{u}) + \beta(A\vec{v}) \\
&= \alpha \cdot \vec{0} + \beta \cdot \vec{0} \\
&= \vec{0} \qquad \square
\end{aligned}
$$

z.z.: $\vec{y} \in L_{\vec{b}} \iff \vec{y} = \vec{u} + \vec{x}$ mit $\vec{x} \in L_{\vec{0}}$

($\vec{u}$ war bereits gegeben)

"$\Leftarrow$": $\vec{y} = \vec{u} + \vec{x}$

$$\Rightarrow A\vec{y} = A\vec{u} + A\vec{x} = \vec{b} + \vec{0} = \vec{b}$$

d.h. $\vec{y} \in L_{\vec{b}}$

"$\Rightarrow$": $\vec{y} \in L_{\vec{b}} \iff A\vec{y} = \vec{b}$

$$\vec{x} := \vec{y} - \vec{u}$$

$$A\vec{x} = A\vec{y} - A\vec{u} = \vec{b} - \vec{b} = \vec{0}$$

d.h. $\vec{x} \in L_{\vec{0}}$

und damit können wir $\vec{y}$ schreiben als

$\vec{y} = \vec{u} + \vec{x}$ mit $\vec{x} \in L_{\vec{0}}$ (wie definiert) $\square$

s_A = # Schwestern von Anton

s_B = # ——— " ——— Berta

b_A = # Brüder von Anton

b_B = # ——— " ——— Berta

$$s_A = s_B + 1$$

$$b_B = b_A + 1$$

$$s_A = 2 b_A$$

$$b_B = s_B$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} s_A \\ s_B \\ b_A \\ b_B \end{pmatrix}$$

$$
\begin{aligned}
s_A - s_B &= 1 \\
b_A - b_b &= -1 \\
s_A - 2b_A &= 0 \\
s_B - b_b &= 0
\end{aligned}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\
1 & 0 & -2 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0
\end{array}\right)
\begin{array}{l}
-1 \\
\\
\\
\\
\end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\
0 & 1 & -2 & 0 & -1 \\
0 & 1 & 0 & -1 & 0
\end{array}\right)
\begin{array}{l}
\\
\\
-1 \\
\\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c}
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & -2 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 2 & -1 & 1
\end{array}\right)
\end{array}
\begin{array}{c}
\\ \\ -2 \\ \\
\end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{cccc|c}
1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & -2 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 3
\end{array}\right)
$$

$b_b = 3, \quad b_A = -1 + b_B = 2$

$s_b = -1 + 2 b_A = 3$

$s_A = 1 + s_b = 4$

7 Kinder (inkl. Anton + Berta)