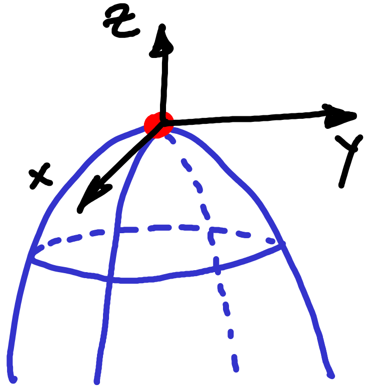
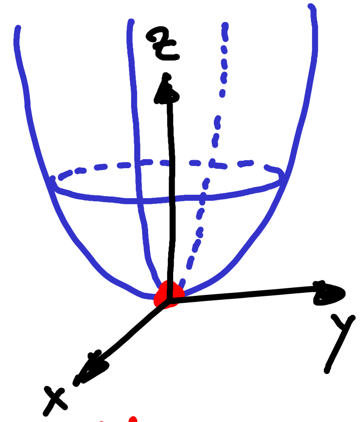
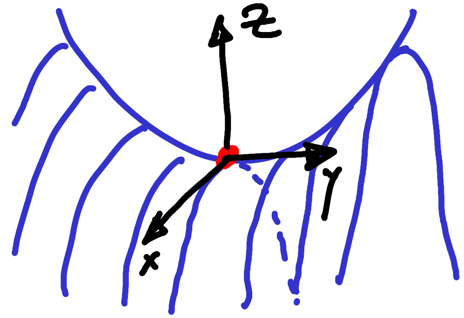


Maximum



Minimum



Sattel

z.B.

$z = -x^2 - y^2$ | $z = x^2 + y^2$ | $z = -x^2 + y^2$

d.h. $z = f(x,y) = (x,y)\, A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ mit

$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ negativ definit

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ positiv definit

$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ indefinit

Definitheit für 2x2-Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}^T A \vec{x} = (x, y) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$= (x, y) \begin{pmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{pmatrix} = xax + xby + ycx + ydy$$

symetrische Matrix : $c = b$

$$= ax^2 + 2bxy + dy^2$$

quadratische Ergänzung

$$= a\left(x^2 + \frac{2b}{a}xy\right) + dy^2$$

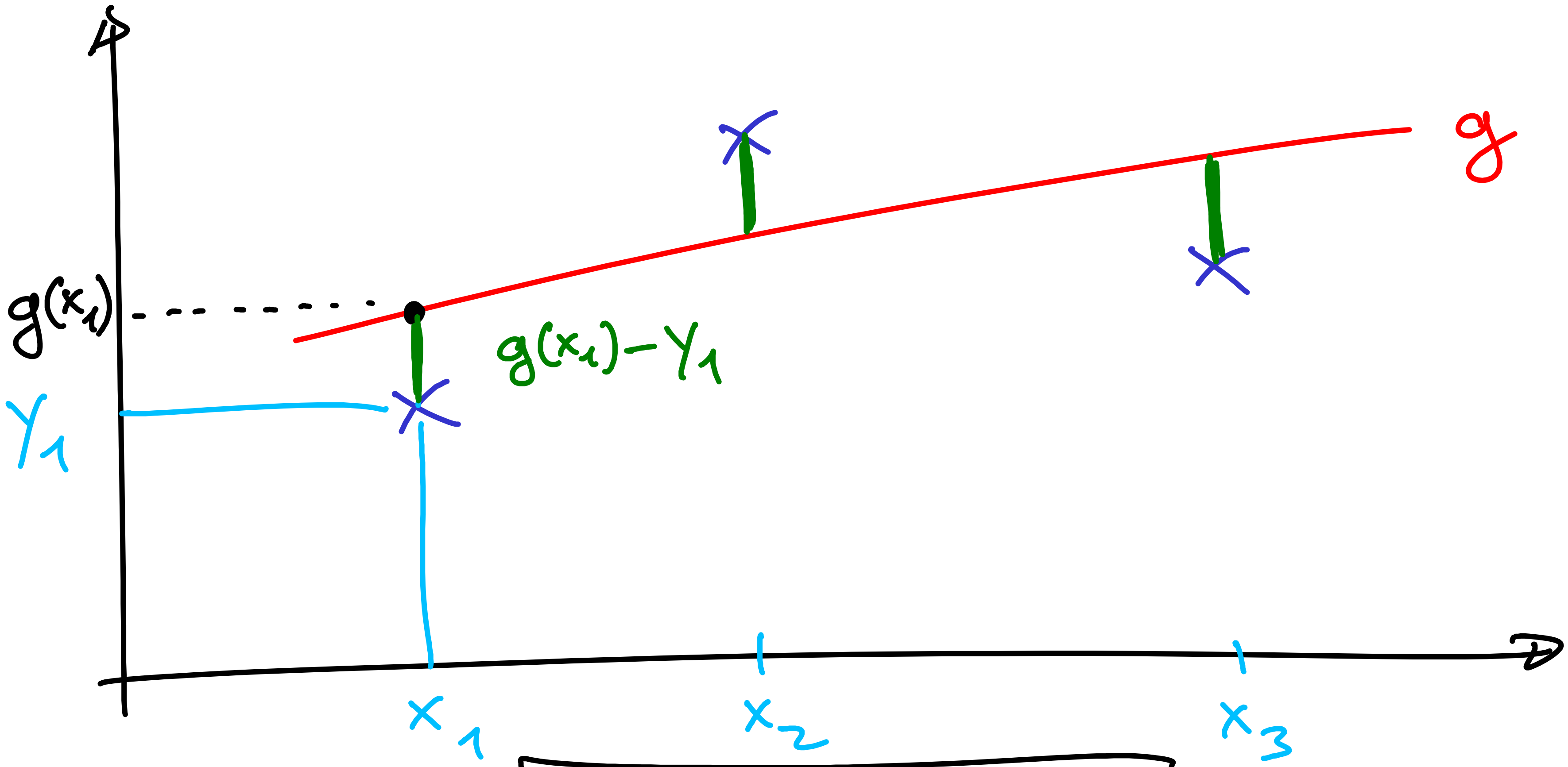
$$= a\left(\left(x + \frac{b}{a}y\right)^2 - \frac{b^2}{a^2}y^2\right) + dy^2$$

$$= a\left(x+\frac{b}{a}y\right)^2 - \frac{b^2}{a}y^2 + dy^2$$

$$= \underbrace{a\left(x+\frac{b}{a}y\right)^2}_{\geq 0} + \frac{ad-b^2}{a}\underbrace{y^2}_{\geq 0}$$

A ist pos. definit

$\Longleftrightarrow$ $a > 0$ und $ad - b^2 > 0$



$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^{3} \left(g(x_i) - y_i\right)^2}$$

hängt von $\underline{\underline{m}}$ und $\underline{\underline{b}}$ ab

$$\sum_{i=1}^{n} 2(mx_i + b - y_i) = 0 \quad \Big| \cdot \frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (mx_i) + \sum_{i=1}^{n} b - \sum_{i=1}^{n} y_i = 0 \quad \Big| + \sum y_i$$

$$n\, m \underbrace{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i}_{= \bar{x}} + nb = n \underbrace{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i}_{= \bar{y}} \qquad (1)$$

$$n m \bar{x} + nb = n \bar{y} \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x}\bar{y} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \bar{y} \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{= n\bar{x}} - \bar{x} \underbrace{\sum_{i=1}^{n} y_i}_{= n\bar{y}} + n\bar{x}\bar{y}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}$$

so stand's im LGS

$$\sum_{i=1}^{n} \underbrace{(x_i - \bar{x})^2}_{\geq 0}$$

und $= 0$ nur dann, wenn

$$x_i = \bar{x} \quad \forall i$$

d.h. wenn alle x_i gleich waren

$\to$ uninteressant

Übersetzungsfolie für Sektbeispiel

x_i verschieden Sektpreise

y_i verschieden Verkaufsmenge

$\overline{x}$ Mittelwert der Sektpreise

$\overline{y}$ Mittelwert der # verkaufter Flaschen

i zählt die Läden durch, d.h. $i = 1, 2, \ldots, 6$

$$H = \begin{pmatrix} 2n & 2n\bar{x} \\ 2n\bar{x} & 2\sum x_i^2 \end{pmatrix}$$

positiv definit $\Longleftrightarrow$

$2n > 0$ **und**

$$2n \cdot 2\sum x_i^2 - (2n\bar{x})^2 > 0$$

$$\stackrel{\downarrow}{=} 4n\big(\underbrace{\textstyle\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}_{= \sum_i (x_i - \bar{x})^2 > 0}\big)$$

falls nicht alle x_i gleich waren (s.o.)