(1) $\dot{x} + x = 0$ (vgl. 14.1.2009)

autonome DGL erster Ordnung $(d=1, k=1)$

Lösung $x(t) = x(0)\, e^{-t}$

$\dot{x} = f(x,t) = -x$

(2) $\dot{x} + x = \sin t$

zeitabhängige DGL erster Ord. $(d=1, k=1)$

$\dot{x} = f(x,t) = \sin t - x$

(3) $\ddot{x} + x = 0$

autonome DGL zweiter Ordnung $(d=1, k=2)$

$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) = -x$

④ $\dot{x}_1 = x_2$

$\dot{x}_2 = -x_1$

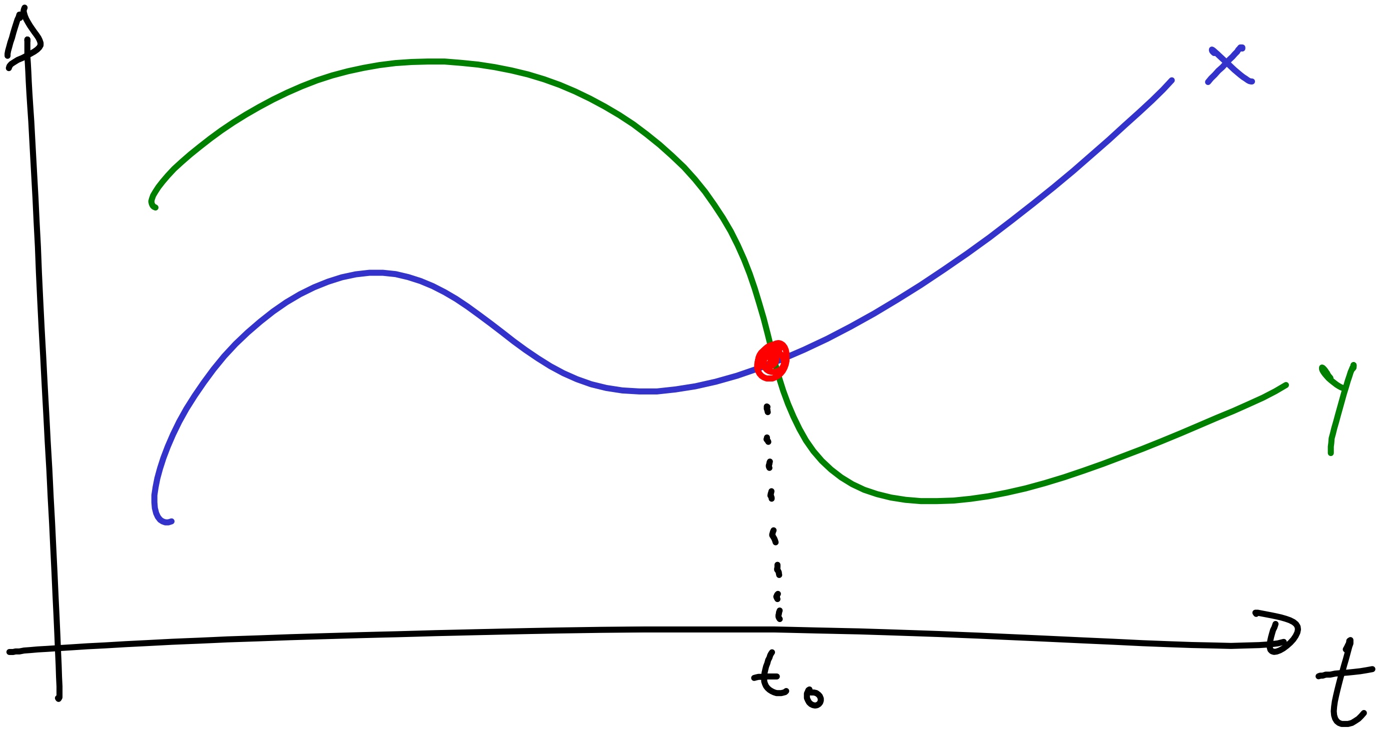
autonomes System erster Ordnung $(d=2, n=1)$

in Vektorschreibweise $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

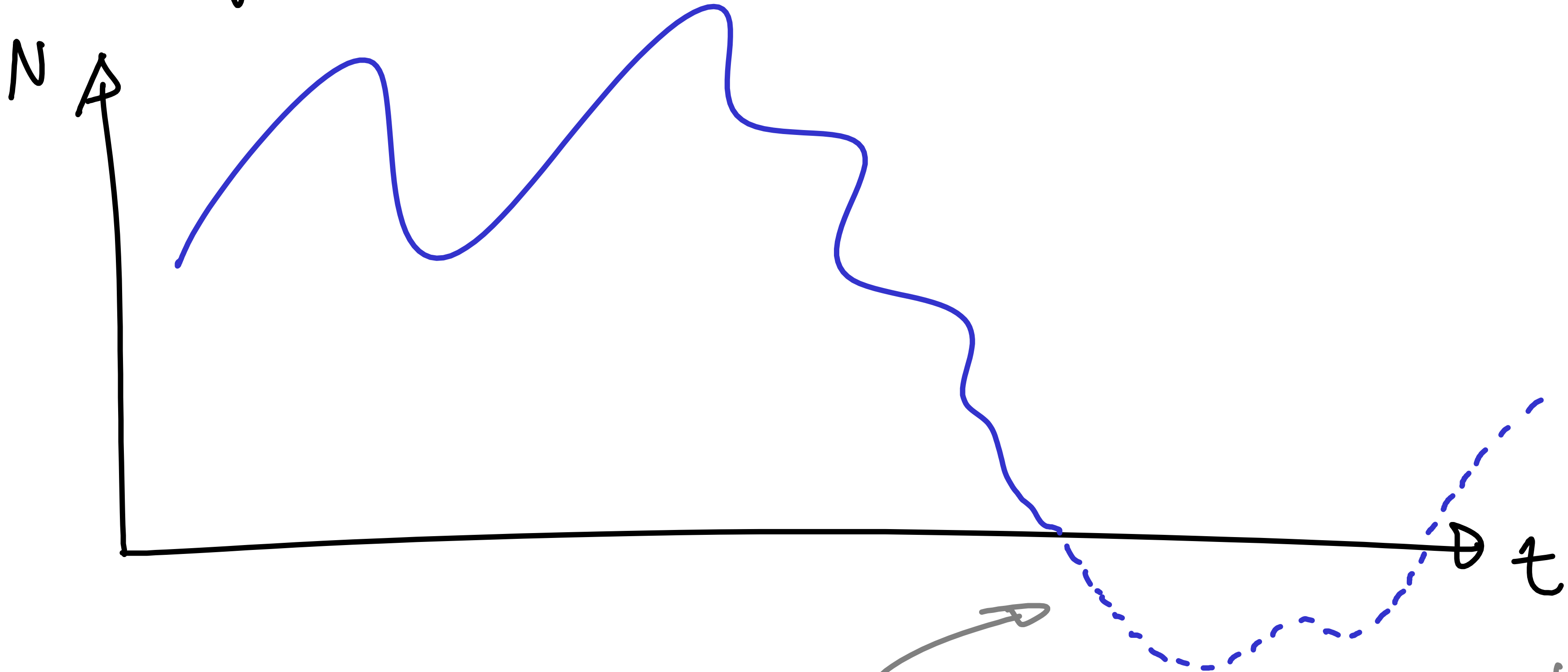
$$= \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}}_{=: A} \vec{x}$$

$$\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x}, t) = A\vec{x}$$




$x$ und $y$ können nicht Lösung derselben DGL sein, da sie sich schneiden!

# Population $N(t)$



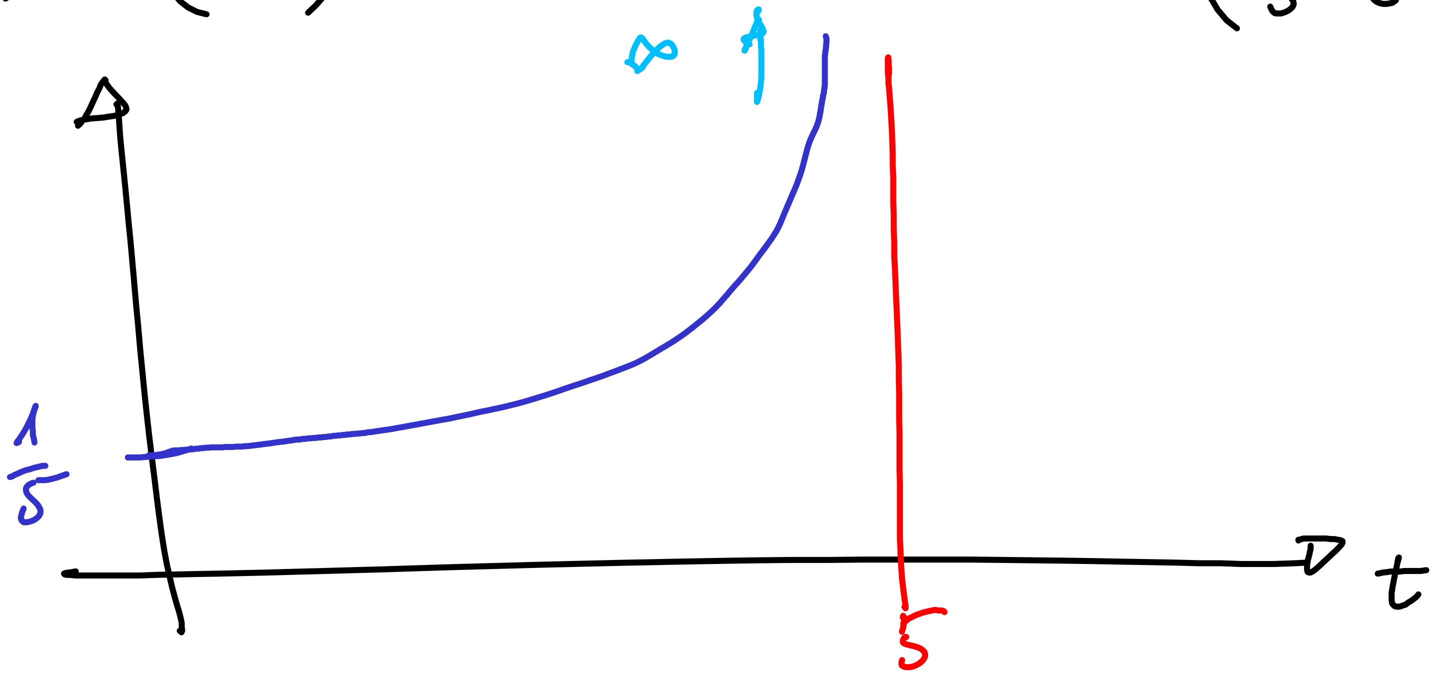

DGL sagt evtl. formal wie's weitergeht
aber die Lösung hört hier auf, da
sie den Def.-Bereich verläßt
anschaulich: Population stirbt aus

AWP: $\dot{x} = x^2 \quad , \quad x(0) = \frac{1}{5}$

Lösung: $x(t) = \frac{1}{5-t}$ , denn

$$x(0) = \frac{1}{5-0} = \frac{1}{5}$$

$$\dot{x}(t) = (-1)(5-t)^{-2} \cdot (-1) = \left(\frac{1}{5-t}\right)^2 = [x(t)]^2$$



Übungsaufgabe:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = x^2$$

$$\int \frac{dx}{x^2} = \int dt$$

$$-\frac{1}{x} = t + c \qquad (c \in \mathbb{R} \text{ beliebig})$$

$$\Rightarrow \quad x = -\frac{1}{t+c}$$

Anfangsbed.: $x(0) \stackrel{!}{=} \frac{1}{5}$

$$x(0) = -\frac{1}{0+c} = -\frac{1}{c} \stackrel{!}{=} \frac{1}{5}$$

$\Rightarrow c = -5$ und damit

$$x = -\frac{1}{t-5} = \frac{1}{5-t}$$

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0$$

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega^2 x_1 \end{aligned}$$

also $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\omega^2 x_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix} \vec{x}$$

$$S + E \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} SE$$

$$\dot{s} = -k_1 s e + k_{-1} c$$

$$SE \xrightarrow{k_2} P + E$$

aus 2. Gln.

$$\dot{e} = -k_1 s e + k_{-1} c + k_2 c$$

$$+ \quad \dot{c} = k_1 s e - k_{-1} c - k_2 c$$

---

$$\dot{e} + \dot{c} = 0 \quad \text{(Erhaltungssatz)}$$

$$\dot{p} = k_2 c$$