

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 07.11.2008)

Aufgabe 16

(10 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte!

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n-1} \left(\frac{3n^3 + 3n^2 - 1}{n^2} - 3n \right) \right) \qquad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n+n^2} - \sqrt{-2n+n^2} \right)$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} \qquad \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} \qquad \text{e) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{|x+1|}$$

Aufgabe 17

(10 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

$$\text{a) } f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} \qquad \text{c) } f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x+1)(x+2)}$$

Aufgabe 18

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

$$\text{a) } f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} \qquad \text{b) } f(x) = \frac{x^3 + 1}{(x+1)(x+2)} \qquad \text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 1}}{x+2}$$

Aufgabe 19

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{a) } \sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{1}{\mu+1}, \qquad \text{b) } \sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{x^{\mu\nu}}{\mu(\mu+1)}.$$

Aufgabe 20

(10 Punkte)

Zeigen Sie: Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta(\varepsilon)$, so dass

$$|x^2 - 4| < \varepsilon \quad \forall x \text{ mit } |x - 2| < \delta(\varepsilon),$$

d.h. geben Sie ein geeignetes $\delta(\varepsilon)$ explizit an.