

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 30.01.2009)

---

### Aufgabe 62

(10 Punkte)

Sei  $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  definiert durch

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & i & 0 & 2 \\ i & 1 & 0 & -2 + i \\ 0 & 0 & 3i - 2 & -i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $B := \overline{A^T} \cdot A$ ,  $\det A$  und  $\det B$ .

### Aufgabe 63

(10 Punkte)

Zeigen Sie für  $z = x + iy \in \mathbb{C}$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ :

$$\cos z = \cos x \cosh y - i \sin x \sinh y.$$

### Aufgabe 64

(10 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Vektorräume  $V$  über  $K$  die Dimension und eine Basis an.

$$\text{a) } V = \left\{ z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3 \mid z_3 = z_1 + iz_2 \right\}, K = \mathbb{C} \qquad \text{b) } V \text{ wie in a), } K = \mathbb{R}$$

Orthonormieren Sie die Basis aus a) bezüglich des Standardskalarprodukts auf  $\mathbb{C}^3$ .

### Aufgabe 65

(10 Punkte)

Berechnen Sie

$$\text{a) } \int_0^4 (6x^2 - 3 + \sqrt{x}) \, dx$$

$$\text{b) } \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} 2x e^{x^2} \, dx$$

$$\text{c) } \frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} \, dt$$

$$\text{d) } \frac{d}{dx} \int_{x^2}^{25} e^{-t^2} \, dt$$

HINWEIS: Denken Sie daran, dass  $\int_a^b f(t) \, dt = F(b) - F(a)$  ist, wobei  $F$  der Gleichung  $F'(t) = f(t)$  genügt.

### Aufgabe 66

(10 Punkte)

Berechnen Sie die Fläche, die vom Graphen der Funktion  $f : x \mapsto x^2 - 8$ , der Tangente an den Graphen an der Stelle  $x = 4$  sowie der  $x$ -Achse eingeschlossen wird.