

## MATHEMATIK FÜR PHYSIKER I

### Übungsblatt 12

**Aufgabe 53:** Bestimmen Sie ein Polynom  $P(x)$ , so dass für  $x \in [-1, 1]$

$$|\exp(x) - P(x)| < 10^{-2}.$$

**Aufgabe 54:** Bestimmen Sie die Taylorreihen von  $f_i$  um  $x_0$ . Diskutieren Sie das Konvergenzverhalten der Taylorreihen. Skizzieren Sie für ein  $f_i$  die Funktion selber sowie das Taylorpolynom für verschiedene Ordnungen  $n$ .

i)  $f_1(x) = \frac{1}{1-x}, \quad x_0 = -1,$

ii)  $f_2(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad x_0 = 0,$

iii)  $f_3(x) = \arctan x, \quad x_0 = 0,$

iv)  $f_4(x) = \sin x, \quad x_0 = 0.$

*Tipps:* Sie brauchen bei i) und ii) keine allgemeine Form für  $f_1^{(n)}$  bzw.  $f_2^{(n)}$  zu finden. Für iii) kann ii) hilfreich sein!

**Aufgabe 55:**

i) Sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  und  $(f_n)$  eine Folge von stetigen Funktionen  $f_n : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f_n \rightarrow f$  gleichmäßig. Sei weiterhin  $(x_n)$  eine Folge in  $[a, b]$  mit  $x_n \rightarrow x$ . Zeigen Sie, dass dann

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n) = f(x).$$

ii) Finden Sie eine stetige Funktion  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , eine Folge stetiger Funktionen  $f_n : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  und eine Folge  $(x_n)$  in  $[a, b]$  mit  $x_n \rightarrow x$ , so dass  $f_n \rightarrow f$  punktweise, aber

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x_n) \neq f(x).$$

**Aufgabe 56:** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte. Was ist die Bedeutung der Ausdrücke in i) und ii)?

i)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a}}{3(x-a)}$  für  $a \geq 0,$

iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^{2x} - 1} \right),$

ii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - x + x^3/3! - x^5/5!}{x^5},$

iv)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - e^{1/x^2}}{1 - e^{1/x}}.$

Die Klausur findet am Samstag, den 07.02.2009, von 10.00 bis 13.00 Uhr im Hörsaal N5 statt.

Soweit nicht anders angegeben, gibt es für jede Aufgabe 4 Punkte!

Abgabe: Montag, 19.01.2009, in der Vorlesung.

Repetitorium zur Vorlesung: Dienstags von 13.00-15.00 Uhr im 8D09.

Siehe auch: [www.maphy.uni-tuebingen.de/lehre](http://www.maphy.uni-tuebingen.de/lehre)