Dr. T. Moser
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2008/2009
19.01.2009

Mathematik für Physiker I

Übungsblatt 13

Aufgabe 57: In der Vorlesung wurde bewiesen, dass unter gewissen Bedingungen an die erste und zweite Ableitung lokale isolierte Extrema vorliegen. Der Beweis basiert auf dem Mittelwertsatz. Beweisen Sie den Satz nun direkt mit Taylors Formel und formulieren Sie dabei den Satz (d.h. Aussage und genaue Voraussetzungen) noch einmal.

Aufgabe 58: Zeigen Sie: Die Gleichung $e^{\frac{-x^2}{2}} = x$ hat genau eine Lösung im Intervall $[0, 1]$. Bestimmen Sie die Lösung mit einer Genauigkeit von 10^{-2}.

Anleitung: Zwischenwertsatz, Monotonie; Aufgabe 50: Die dort definierte Folge konvergiert gegen einen Wert ξ. Was bedeutet der Grenzwert für die Lösung der Gleichung $f(x) = x$? Wie kann man aus dem Beweis für die Konvergenz der Folge eine Fehlerabschätzung für $|x_n - \xi|$ bekommen?

Aufgabe 59: Betrachten Sie $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 1 \text{ für } x \in [0,2] \text{ mit } x = \frac{1}{n} \text{ für ein } n \in \mathbb{N}, \\ 0 \text{ sonst.} \end{cases}$$

Skizzieren Sie f. Berechnen Sie das Ober- bzw. Unterintegral von f. Ist f Riemann-integrierbar? Vergleichen Sie die Situation mit der Dirichlet-Funktion.

Aufgabe 60: Vervollständigen Sie den Beweis von Satz 3 (Kapitel 13) aus der Vorlesung.

Die Klausur findet am Samstag, den 07.02.2009, von 10.00 bis 13.00 Uhr im Hörsaal N5 statt.

Soweit nicht anders angegeben, gibt es für jede Aufgabe 4 Punkte!

Abgabe: Montag, 26.01.2009, in der Vorlesung.

Repetitorium zur Vorlesung: Dienstags von 13.00-15.00 Uhr im 8D09.

Siehe auch: www.maphy.uni-tuebingen.de/lehre