Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2010/11
17.11.2010
Blatt 6

Übungen zu „Differentialgeometrie I“

1. Sei $n \in \mathbb{N}$ und $\Gamma = \{\omega \in \mathbb{S}^1 : \omega^n = 1\}$. Es operiere Γ auf $\mathbb{S}^1$ durch Rotationen $(\omega, z) \mapsto \omega z$. Sei $\pi : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1/\Gamma$ die Projektion auf den Bahnenraum und weiter $pot_n : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1 : z \mapsto z^n$. Zeigen Sie, dass es genau eine Abbildung $\overline{pot_n} : \mathbb{S}^1/\Gamma \to \mathbb{S}^1$ mit $\overline{pot_n} \circ \pi = pot_n$ gibt und dass $\overline{pot_n}$ ein Homöomorphismus ist

2. Sei $\alpha \in [0,1]$ eine irrationale Zahl und $\omega = e^{2\pi i \alpha} \in \mathbb{S}^1 \subseteq \mathbb{C}$.Zeigen sie,

   (a) dass durch $\Phi : \mathbb{Z} \times \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1 : (n, z) \mapsto \omega^n z$ eine freie Wirkung von $\mathbb{Z}$ durch Homöomorphismen auf $\mathbb{S}^1$ gegeben wird und

   (b) dass diese Wirkung nicht eigentlich diskontinuierlich ist.

3. Sei M ein topologischer Raum mit abzählbarer Topologie und Γ eine Gruppe, die auf M durch Homöomorphismen operiere. Zeigen Sie, dass dann auch der Bahnenraum M/Γ abzählbare Topologie hat.

4. Sei M ein Hausdorff-Raum und Γ eine endliche Gruppe. Zeigen Sie: operiert Γ frei auf M durch Homöomorphismen, so ist diese Wirkung eigentlich diskontinuierlich und der Bahnenraum M/Γ ist hausdorffsch.

Abgabe: Mittwoch, 24. November 2010, 9 Uhr