Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2010/11
20.10.2010
Blatt 2

Übungen zu „Differentialgeometrie I“

1. Zeigen Sie, dass der euklidische Raum eine abzählbare Basis besitzt.

2. Sei M ein topologischer Raum und $N \subseteq M$ eine Teilmenge. Es heißt dann

$$\overline{N} := \bigcap \{A \subset M : A \text{ ist abgeschlossen, A} \supseteq \text{N}\}$$

der Abschluss von N.

   (a) Zeigen Sie, dass $\overline{N}$ abgeschlossen ist und zwar die kleinste abgeschlossene Menge, die N enthält.

   (b) Zeigen Sie: Es ist $p \in \overline{N}$ genau dann, wenn für alle Umgebungen S von p gilt: $S \cap N \neq \emptyset$.

3. Zeigen Sie die universellen Eigenschaften von Teilraum-, Produkt- und Quotiententopologie.

4. Sei $n \in \mathbb{N}_0$. Wir definieren eine Äquivalenzrelation auf der Sphäre $\mathbb{S}^n$ dadurch, dass wir gegenüberliegende Punkte (sogenannte Antipoden) miteinander identifizieren:

$$x \sim y :\Longleftrightarrow x = \pm y.$$

Ist $Q = \mathbb{S}^n/\sim$, so zeigen Sie, dass die Inklusion $\iota : \mathbb{S}^n \longrightarrow \mathbb{R}^{n+1} \setminus \{0\}$ einen Homöomorphismus von Q auf den projektiven Raum $\mathbb{P}^n$ induziert.

Abgabe: Mittwoch, 27. Oktober 2010, 9 Uhr