Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler, Jonas Lampart Wintersemester 10/11

Gruppen- und Darstellungstheorie mit Anwendungen in der Physik

Übungsblatt 1 (keine Abgabe, Besprechung in der ersten Übungsgruppe)

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass in der Multiplikationstafel einer endlichen Gruppe in jeder Zeile (und jeder Spalte) kein Gruppenelement mehr als einmal vorkommt.

Aufgabe 2

Geben Sie alle möglichen Gruppen der Ordnung 3 und 4 an, indem Sie die Multiplikationstafeln explizit konstruieren.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die Abbildung $\exp : (\mathbb{R}, +) \to (\mathbb{C}\backslash\{0\}, \cdot)$, $t \to \mathrm{e}^{2\pi i t}$ ein Homomorphismus ist. Bestimmen Sie Kern und Bild von exp und überprüfen Sie, ob es sich um Untergruppen von $(\mathbb{R}, +)$ bzw. $(\mathbb{C}\backslash\{0\}, \cdot)$ handelt.

Aufgabe 4

Seien

$$\begin{aligned}
\mathcal{B} &= \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | f \text{ bijektiv}\} \\
\mathcal{A} &= \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} | \exists a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0 : f(x) = ax + b\}
\end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass $(\mathcal{B}, \circ)$ mit der Komposition $\circ$ eine Gruppe und $\mathcal{A}$ eine Untergruppe ist. Sind $\mathcal{B}$ bzw. $\mathcal{A}$ kommutativ?

`http://www.maphy.uni-tuebingen.de/lehre/ws-2010-11/gruppen`