

## Gruppen- und Darstellungstheorie mit Anwendungen in der Physik

Übungsblatt 13 (Abgabe am 20.01.2011)

---

### Aufgabe 45

- a) Zeigen Sie, dass die Darstellung von  $GL(m)$  zum Diagramm  $\Theta_a = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \vdots \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  mit  $m$  Zeilen durch die Determinante gegeben ist.

HINWEIS: Überlegen Sie sich, dass zu  $e_{ag}|\alpha\rangle$  nur Vektoren  $|i_1, \dots, i_m\rangle$  beitragen, für die alle  $i_k$  verschieden sind. Schreiben Sie diese als  $q|1, \dots, m\rangle$  mit einer Permutation  $q$  und berechnen Sie  $e_{ag}|1, \dots, m\rangle$ .

- b) Das Diagramm  $\Theta_\lambda$  sei durch die Zeilenlängen  $k_i \geq 0$  gegeben als  $\lambda = (k_1, \dots, k_m)$  und  $\lambda' = (k_1 + 1, \dots, k_m + 1)$ . Zeigen Sie mithilfe der graphischen Methode, dass die Darstellungen  $D^\lambda$  und  $D^{\lambda'}$  von  $SU(m)$  äquivalent sind.

### Aufgabe 46

Sei  $D^\lambda$  eine irreduzible Darstellung von  $SU(3)$ . Untersuchen Sie wie oft  $D^\lambda$  in der Produktdarstellung  $D^\lambda \otimes \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$  vorkommt. Behandeln Sie dabei die Fälle getrennt, in denen das zu  $D^\lambda$  gehörige Young-Diagramm rechteckig (mit ein oder zwei Zeilen), beziehungsweise nicht rechteckig ist.

### Aufgabe 47

Zerlegen Sie die Produktdarstellung  $\square \otimes \square \otimes \square$  von  $SU(3)$  in irreduzible Darstellungen und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem von Aufgabe 33. Wie hängen die irreduziblen Unterräume bezüglich  $SU(3)$  mit denen bezüglich  $S_3$  zusammen?