Universität Tübingen, Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler, Jonas Lampart Wintersemester 10/11

Gruppen- und Darstellungstheorie mit Anwendungen in der Physik

Übungsblatt 4 (Abgabe am 4.11)

Aufgabe 13

Sei $\Gamma : G \to \mathrm{U}(n)$ eine irreduzible, unitäre Darstellung. Beweisen Sie: ist G abelsch, so ist $n = 1$.

Aufgabe 14

Sei G eine endliche Gruppe und $\Gamma : G \to \mathrm{GL}(V)$ eine endlichdimensionale Darstellung. Zeigen Sie, dass $|\det \Gamma(g)| = 1$ für alle $g \in G$ gilt.

Aufgabe 15

Sei D_4 die Symmetriegruppe des Quadrats. R bezeichne darin die Drehung um $\pi/2$ und σ die Spiegelung an der Diagonalen durch die linke untere und rechte obere Ecke.

Bestimmen Sie alle

a) Konjugationsklassen,

b) invarianten Untergruppen,

c) und zugehörigen Faktorgruppen sowie ihren Isomorphietyp (d.h. geben Sie je eine bekannte Gruppe an, zu der sie isomomoph sind).

d) Ist D_4 isomorph zu einem direkten Produkt mehrerer (echter) Untergruppen?