

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe am 26.11.2010)

---

### Aufgabe 31

(10 Punkte)

Leiten Sie die folgenden Funktionen ab.

- a)  $f_1(x) := 11^x$ ,      b)  $f_2 := g \circ f \circ h$ ,      c)  $f_3(x) := x^x$  für  $x > 0$ ,  
d)  $f_4 := \log_2(g)$ ,      e)  $f_5 := (1/f) \circ h$ ,

wobei  $f, g, h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  beliebige differenzierbare Funktionen sind.

### Aufgabe 32

(10 Punkte)

Skizzieren Sie die Funktionen  $g_0, g_1, g_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$g_n(x) := \begin{cases} x^n \sin(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

- a) Zeigen Sie, dass  $\lim_{x \rightarrow 0} g_0$  nicht existiert. Also ist  $g_0$  in 0 nicht stetig.  
b) Zeigen Sie, dass  $\lim_{x \rightarrow 0} g_1 = 0$ . Also ist  $g_1$  in 0 stetig.  
c) Zeigen Sie mit Hilfe des Differenzenquotienten, dass  $g_1$  in 0 nicht differenzierbar ist.  
d) Ist die Funktion  $g_2$  differenzierbar an der Stelle Null? Belegen Sie Ihre Antwort!

### Aufgabe 33

(10 Punkte)

Berechnen Sie die Taylorreihen von

- a)  $\sinh x$                               b)  $\cosh x$                               c)  $\operatorname{arccot} x$

um  $x_0 = 0$ . Wo konvergieren die Reihen gegen die jeweilige Funktion?

HINWEIS: Denken Sie bei c) an die Herleitung der Taylorreihe von  $\log$  in der Vorlesung!

### Aufgabe 34

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Taylorreihen von

- a)  $\frac{1}{3 + 2x^3}$  um Null,      b)  $\frac{1}{x - 5}$  um Null,  
c)  $\frac{1}{1 + x}$  um  $x_0 = 7$ ,      d)  $\frac{1}{(1 + x)^2}$  um Null

und geben Sie an, für welche  $x$  die Reihen konvergieren.

### Aufgabe 35

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte (mit Erklärung/Herleitung)!

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^6(x)}{2x^2(e^x - 1)^4}$       b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(\log x)}{\sqrt{x}}$       c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x}$       d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos x - 1)^5}{x^{13} - 5x^{10}}$