

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 12 (Abgabe am 21.01.2011)

Aufgabe 56

(10 Punkte)

Berechnen Sie – falls möglich – für die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

- a) AA^T , b) $A^T A$, c) $AA^T B$, d) $A^T AB$,
e) $B^T A^T A$, f) A^2 , g) $AA^T AA^T$.

Aufgabe 57

(10 Punkte)

Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen.

a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 7 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & -3 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 8 & 1 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^7$

Aufgabe 58

(10 Punkte)

Seien

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \\ -14 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 7 & 1 & 2 \\ -14 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -14 \\ 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) Begründen Sie, warum die Inverse A^{-1} existiert und berechnen Sie sie.
b) Bestimmen Sie ohne explizite Rechnung $\det B$ und $\det C$ und begründen Sie Ihre Lösung.
c) Geben Sie $\det A^{-1}$ ohne explizite Rechnung an.

Aufgabe 59

(10 Punkte)

Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie damit die Lösungen $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, $X \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ und $Y \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ von

$$A\vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad AX = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad AY = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 9 & 8 & 7 \end{pmatrix}.$$