Universität Tübingen
Mathematisches Institut

Mathematik für Physiker III

Wintersemester 2010/11

C. Hainzl, A.J. Wöhr, G. Bräunlich

Mathematik für Physiker III

Übungsblatt 11

Aufgabe 56: Berechne folgende Integrale durch Vertauschen der Integrationsreihenfolge:

a) $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dxdy$,

b) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt{x^3+1} dxdy$.

Aufgabe 57: Berechne das Volumen des Bereichs der durch $z = x^2 + 3y^2$ und den Flächen $x = 0$, $y = 1$, $y = x$, $z = 0$ begrenzt wird.

Aufgabe 58: Berechne $\iiint_E \sqrt{x^2+z^2} d(x,y,z)$, wobei E durch $y = x^2 + z^2$ und $y = 4$ begrenzt wird.

Aufgabe 59: Finde den Schwerpunkt des Objekts, begrenzt durch $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$, $z \geq 0$ mit Dichtefunktion $\rho(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Erinnerung: Der *Schwerpunkt* $\bar{\boldsymbol{x}} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ ist gegeben durch

$$\bar{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{m} \int_{\mathbb{R}^3} \boldsymbol{x} \rho(\boldsymbol{x}) d(\boldsymbol{x}),$$

mit der *Masse* $m = \int_{\mathbb{R}^3} \rho(\boldsymbol{x}) d(\boldsymbol{x})$.

Aufgabe 60: Berechne das Volumen des Objekts, welches innerhalb der Sphäre $x^2+y^2+z^2 = 4$, über der x-y-Ebene und unterhalb des Kegels $z = \sqrt{x^2+y^2}$ liegt.

Aufgabe 61: Zeige, dass eine beschränkte Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$, die nur auf einer Nullmenge unstetig ist, Riemann-Integrierbar ist.

Hinweis:

- Gebe $\varepsilon > 0$ vor. $\{x | f(x) \text{ unstetig}\}$ kann durch $I = \bigcup_{i=1}^\infty I_i$ mit $I_i \subset \mathbb{R}$ offen überdeckt werden, so dass $\sum_{i=1}^\infty |I_i| < \varepsilon$. Auf dem Komplement $M = I^C$ der Menge I ist f nach Konstruktion stetig.
- Für jedes $x \in M$ gibt es eine Umgebung $J_x \ni x$ auf der f stetig ist.
- Verwende, dass $\bigcup_{x \in M} J_x \cup \bigcup_{i=1}^\infty I_i \supset [0,1]$ das Kompaktum $[0,1]$ überdeckt.
- Argumentiere schliesslich wie in der Vorlesung (f stetig auf $K \Rightarrow f \in \mathcal{R}(K)$).

Besprechung: Donnerstag 13.01.2011, bzw. Mittwoch, 19.01.2011.