

Mathematik I

für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 2 (Abgabe am 24.10.2011)

Bitte geben Sie bei Ihren Lösungen stets einen vollständigen Rechenweg und eine verständliche Begründung an. Bitte schreiben Sie in ganzen Sätzen. Abgabe **vor** der Vorlesung.

Aufgabe 6

(10 Punkte)

- Sie mischen 4 Teile einer Lösung aus 20% Alkohol und 80% Wasser mit 3 Teilen einer Lösung aus 30% Alkohol und 70% Wasser. Wieviel Prozent Alkohol enthält die Mischung?
- Ein Bergwerk fördert täglich 5 t (1 t=1000 kg) Material das 60 % Kupfererz enthält, welches wiederum einen Kupfergehalt von 14 % hat. Wieviel kg Kupfer werden täglich gefördert?

Aufgabe 7

(12 Punkte)

Zeichnen Sie zu jeder der folgenden Mengen ein Diagramm, das die Menge in einem kartesischen Koordinatensystem darstellt!

- $\{(x_1, x_2) \mid x_1 < 2\}$
- $\{(x_1, x_2) \mid x_2 > x_1\}$
- $\{(x, y) \mid x < 2\} \cap \{(x, y) \mid y > -1\}$
- $\{(x, y) \mid y > -1\} \cup \{(x, y) \mid y > x\}$
- $\{(x_1, x_2) \mid x_1 > x_2\} \cap \{(x_1, x_2) \mid x_2 < 3\}$
- $\{(x, y) \mid y < x + 2\} \cap \{(x, y) \mid y > x^2\}$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Ein Elch kann sich aussuchen, welche Menge x (gemessen in Gewicht) er pro Tag an Landpflanzen frisst und welche Menge y an Wasserpflanzen. Eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen liefert 0,4 Energieeinheiten und 0,1 Einheiten Natrium, eine Gewichtseinheit Landpflanzen 0,5 Energieeinheiten und kein Natrium. Allerdings ist seine Wahl durch folgende drei Nebenbedingungen eingeschränkt: Um überleben zu können, muss er mindestens 2 Energieeinheiten pro Tag aufnehmen und mindestens 0,1 Einheiten Natrium. Andererseits hat der Magen nur ein begrenztes Fassungsvermögen von 40 Volumeneinheiten; eine Gewichtseinheit Landpflanzen hat ein Volumen von 5 Einheiten, während eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen ein Volumen von 10 Einheiten hat. Formulieren Sie diese 3 Nebenbedingungen als Ungleichungen, die x und y enthalten. Zeichnen Sie in der xy -Ebene die 3 Nebenbedingungen ein sowie die Region, in der alle drei Bedingungen erfüllt sind! Bestimmen Sie außerdem den Punkt in dieser Region, bei dem die Energieaufnahme maximal ist!

Aufgabe 9

(20 Punkte)

Gegeben sei eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Durch welche geometrischen Operationen erhält man aus dem Graphen von f die Graphen der folgenden Funktionen?

- | | |
|------------------------|------------------------|
| a) $f_a(x) = f(x - 1)$ | b) $f_b(x) = f(x + 1)$ |
| c) $f_c(x) = f(x + 3)$ | d) $f_d(x) = 2f(x)$ |
| e) $f_e(x) = f(2x)$ | f) $f_f(x) = f(x/2)$ |
| g) $f_g(x) = 2f(x/2)$ | h) $f_h(x) = f(-x)$ |
| i) $f_i(x) = -f(x)$ | j) $f_j(x) = -f(-x)$ |

HINWEIS: Wenn Sie sich nicht sicher sind, dann probieren Sie es mal für verschiedene einfache Funktionen aus, wie z.B. $x \mapsto x$, $x \mapsto x^2$ oder $x \mapsto x^3$.

Aufgabe 10

(15 Punkte)

Im Gastbeitrag von Frau Prof. Tielbörger haben wir gelernt, dass beim Anbau von, z.B., Getreide der Ertrag Y (in g pro m^2) wie folgt von der Aussaatdichte N (in Samen pro m^2) abhängt,

$$Y = \frac{wN}{1 + aN}.$$

Dabei war w das Maximalgewicht pro Pflanze (in g) und a die Fläche (in m^2), die die Pflanze benötigt, um w zu erreichen. Ein Bauer bewirtschaftete eine Ackerfläche A (in m^2). Sei P_V der Preis (in € pro g), zu dem der Bauer seinen Ertrag verkauft und P_K der Preis (in € pro Samen), zu dem er sein Saatgut einkauft.

- Geben Sie den Erlös E und die Kosten K für das Saatgut in Abhängigkeit von der Anbaudichte N (und allen anderen Parametern) an.
- Sei nun $wP_V = 2P_K$. Zeichnen Sie aE/P_KA und aK/P_KA als Funktion von aN . (Warum nicht einfach E und K als Funktion von N ?) Für welche N ist $E > K$, für welche N ist $E < K$? Markieren Sie diese Bereiche in Ihrem Diagramm.

A, α	Alpha	I, ι	Iota	P, ρ (ϱ)	Rho	Griechisches Alphabet (In Klammern: Schreibvarianten bzw. englische Namen)
B, β	Beta	K, κ	Kappa	Σ , σ (ς)	Sigma	
Γ , γ	Gamma	Λ , λ	Lambda	T, τ	Tau	
Δ , δ	Delta	M, μ	My (Mu)	Υ , ν	Ypsilon (Upsilon)	
E, ϵ (ε)	Epsilon	N, ν	Ny (Nu)	Φ , ϕ (φ)	Phi	
Z, ζ	Zeta	Ξ , ξ	Xi	X, χ	Chi	
H, η	Eta	O, o	Omikron	Ψ , ψ	Psi	
Θ , θ (ϑ)	Theta	Π , π	Pi	Ω , ω	Omega	