

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 3 (Abgabe am 31.10.2011)

---

### Aufgabe 11

(10 Punkte)

Für den funktionalen Zusammenhang  $y = f(x)$  zwischen zwei Größen  $x$  und  $y$  machen Modell A und Modell B verschiedene Vorhersagen,  $f_A$  und  $f_B$ , auf der Grundlage von zwei Hypothesen  $H_A$  und  $H_B$ . Um zwischen  $H_A$  und  $H_B$  zu entscheiden, führen Sie ein Experiment durch und gewinnen folgende Messwerte für  $x$  und  $y$ :

$x$	1,3	1,7	2,0	2,2	2,5
$y$	0,2518	0,3096	0,3854	0,4083	0,4608
$f_A(x)$	0,2530	0,2917	0,3877	0,4169	0,4625
$f_B(x)$	0,2725	0,3143	0,3806	0,4122	0,4590

Wie Sie sehen, liegt manchmal  $f_A(x)$  näher am wahren Wert  $y$  und manchmal  $f_B(x)$ . Um zu beurteilen, welches Modell insgesamt näher an der Wahrheit liegt, betrachten wir die folgenden Punkte im  $\mathbb{R}^5$ :  $u = (y_1, \dots, y_5)$ ,  $v_A = (f_A(x_1), \dots, f_A(x_5))$ , und  $v_B = (f_B(x_1), \dots, f_B(x_5))$ , wobei  $x_i$  und  $y_i$  die Messwerte in der aufgelisteten Reihenfolge sein sollen. Bestimmen Sie die Abstände  $d(v_A, u)$  und  $d(v_B, u)$  im  $\mathbb{R}^5$ , die wir als Maß für die Abweichung der Vorhersage von der Wirklichkeit verwenden. Welche Vorhersage ist demnach die genauere?

### Aufgabe 12

(10 Punkte)

Von einem See wird jährlich am 1. Januar die Fläche bestimmt, mit folgenden Ergebnissen:

Jahr	2006	2007	2008	2009	2010
Fläche (in $\text{km}^2$ )	132	118,8	130,68	143,75	129,37

Bestimmen Sie: (a) für jedes Jahr die prozentuale Flächenzunahme; (b) das arithmetische Mittel der jährlichen prozentualen Flächenzunahme; (c) die mittlere jährliche prozentuale Flächenzunahme. Erläutern Sie kurz den Unterschied zwischen (b) und (c), und welche Art der Mittelung für (c) verwendet werden muss.

### Aufgabe 13

(10 Punkte)

Bei einer Geschwindigkeit vom 100km/h liegt der Benzinverbrauch von Michaels Auto bei 5l/100km; bei 150km/h sind es 9l/100km.

- Michael fährt zunächst 100km mit 100km/h und dann 100km mit 150km/h.
  - Wie groß ist sein durchschnittlicher Verbrauch?
  - Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
- Michael fährt zunächst 30min mit 150km/h und dann 30min mit 100km/h.
  - Wie groß ist sein durchschnittlicher Verbrauch?
  - Wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
- Wie heißen die Mittelwerte, die in den Aufgabenteilen a und b zum Einsatz kamen?

**Aufgabe 14** MATLAB<sup>1</sup>

(10 Punkte)

Plotten Sie die Gauß-Funktion

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (*)$$

im Intervall  $[-4, 6]$  für  $\mu = 1$  und  $\sigma = 2$  wie in Beispiel 2. Definieren Sie sich hierzu zuerst Variablen `mu` und `sigma`.

HINWEIS: Die Quadratwurzel von `p` berechnet man mit `sqrt(p)`.

Wie erhält man jedoch  $\pi$ ?

**Aufgabe 15** MATLAB

(10 Punkte)

Öffnen Sie einen Text-Editor (klicken dazu z.B. im MATLAB-Fenster auf das Pulldown-Menü `File` und wählen Sie `New` → `M-File`). Mit Hilfe des Text-Editors können Sie externe MATLAB-Funktionen und Skripte schreiben und diese im MATLAB-Verzeichnis abspeichern. Schreiben Sie nun analog zu Beispiel 4 eine Funktion `gauss(x,mu,sigma)`, welche als Eingaben `x` (Datenvektor!), `mu` (Skalar) und `sigma` (Skalar) erhält und den entsprechenden Funktionswert von (\*) an der Stelle `x` ausgibt. Der Aufruf erfolgt im MATLAB-Command Window durch

» `x = -4:.1:6;` Unser bekannter Datenvektor...

» `mu = ... , sigma = ...` definiert Variablen `mu` und `sigma` und weist ihnen Werte zu.

» `fx = gauss(x,mu,sigma)` Aufruf der Funktion `gauss`, deren Ausgabe ein Datenvektor mit Funktionswerten von (1) ist.

» `plot(x,fx)` Zeichnet die `fxi` und `xi` in ein Diagramm

Abzugeben ist hier der Text Ihrer Funktion `gauss.m`.

**Aufgabe 16** MATLAB

(10 Punkte)

Berechnen Sie (analog zu Beispiel 3) die ersten 100 Fibonacci-Zahlen, definiert durch ( $t \in \mathbb{N}$ )

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_t = F_{t-1} + F_{t-2} \quad \forall t \geq 3,$$

und stellen Sie die ersten 10 und die ersten 100 Werte jeweils graphisch dar.

---

<sup>1</sup>Hinweise zu MATLAB: Siehe Zusatzblatt.