Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Dr. Stefan Keppeler

Wintersemester 11/12

Mathematik I
für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 5 (Abgabe am 14.11.11)

Aufgabe 23 (5+5+5 = 15 Punkte)

Der Eiffelturm erstreckt sich über einer Grundfläche von 125m×125m 325m in die Höhe. Wir beschreiben die linke Flanke in Ansicht (vgl. Abb.) durch die Gleichung $y = 40e^{ax}$, wobei das Koordinatensystem so gewählt wurde, dass das linke untere Ende des Turms im Punkt $(x_0, y_0) = (0, 40)$ liegt (alles in Metern gemessen).

a) Bestimmen Sie den Wert von a.
b) Geben Sie die Gleichung für die rechte Flanke des Eiffelturms an.
c) Zeichnen Sie – von Hand oder mit MATLAB – die linke und die rechte Flanke des Eiffelturms in ein Koordinatensystem mit logarithmischer y-Achse.

Aufgabe 24 (Radiokarbon-Methode der Altersbestimmung) (10 Punkte)
Das radioaktive Kohlenstoff-Isotop C^{14} hat eine Halbwertszeit von 5568 Jahren ("Libby-Halbwertszeit"). Da C^{14} durch einen Prozess, bei dem kosmische Strahlung auf atmosphärischen Stickstoff einwirkt, ständig produziert wird, ist der Anteil von C^{14} an allem Kohlenstoff in der Atmosphäre und damit auch in allen Lebewesen konstant und entspricht 15,3 Zerfällen pro Minute pro Gramm Kohlenstoff. Beim Tod endet die Zufuhr von C^{14}, es zerfällt jetzt nur noch. Daher wird totes Gewebe mit 7,65 Zerfällen pro Minute pro Gramm Kohlenstoff auf ein Alter von 5568 Jahren geschätzt. Bestimmen Sie nach dieser Methode das Alter einer Probe aus 6,3 Gramm Gewebe, die zu 75% aus Kohlenstoff besteht und in der 17,2 Zerfälle pro Minute gemessen werden.

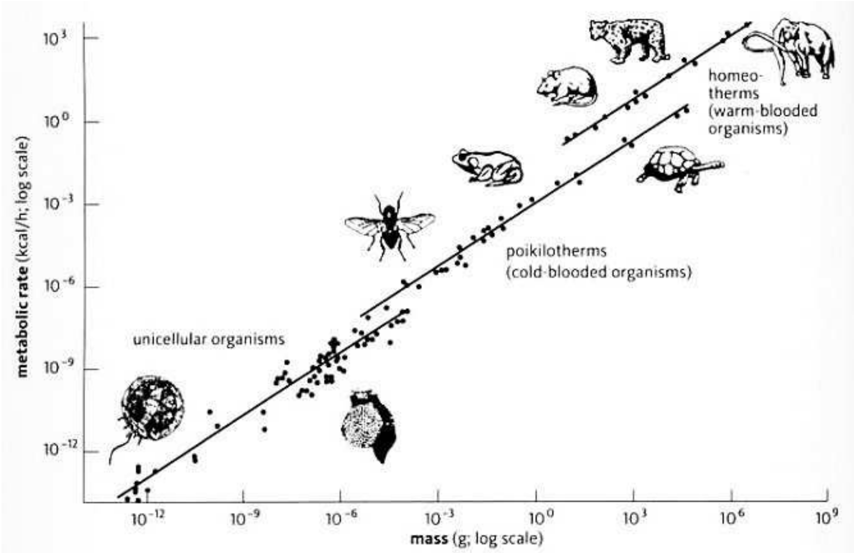
Aufgabe 25 (10 Punkte)
Fertigen Sie mit MATLAB doppelt-logarithmische Plots[3] der Funktionen $f(x) = x^\alpha$ an für $\alpha = -2, -1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1, 2$ und $x \in [10^{-3}, 10^3]$. Zeichnen Sie dabei alle Funktionen in das gleiche Diagramm, und verwenden Sie für die Funktionen mit $\alpha < 0$ gestrichelte Linien und für diejenigen mit $\alpha > 0$ durchgezogene.

---

[3] *Beispiel 6:* (Doppelt-logarithmischer Plot)

```
» x = .5:.01:3;
» y = sqrt(x);
» loglog(x,y); %erstellt einen doppelt-logarithmischen Plot
```

Aufgabe 26 (Kleibersches Gesetz) (5+5+5 = 15 Punkte)



Im doppelt-logarithmischen Diagramm oben stellt eine Gerade den (idealisierten) Zusammenhang zwischen x (der Masse) und y (der Stoffwechselrate) für verschiedene Gruppen von Organismen dar. Bestimmen Sie für

a) Warmblüter (*Homoiotherme*),
b) Kaltblüter (*Poikilotherme*) und
c) Einzeller

jeweils eine Formel der Form $y = f(x)$, für die Funktion f, deren Graph diese Gerade ist. Geben Sie dabei kurz an, welche Zahlen(-paare) Sie aus dem Diagramm abgelesen haben, und wie Sie daraus die Parameter in Ihren Funktionen $f(x)$ bestimmt haben.

Aufgabe 27 (5 Punkte)

Ein Schiff rage 28 m aus dem Wasser. Sie stehen auf einem Stein am Ufer des Meeres, so dass sich Ihre Augen in 2,20 m Höhe befinden. Am Horizont erkennen Sie die obere Hälfte des Schiffes. Wie weit ist das Schiff von Ihnen entfernt?

Aufgabe 28 (5+5 = 10 Punkte)

a) Da das menschliche Auge aus einzelnen Sehzellen besteht, sieht man tatsächlich alles "gepixelt" mit einer maximalen Auflösung (Pixelgröße) von einer halben Bogenminute. Mit welcher Auflösung ($n \times m$ Pixel) sehen Sie eine Tafel, die 2 m hoch und 5 m breit ist, wenn Sie mittig vor ihr im Abstand von 12 m sitzen?

b) Zeigen Sie, dass es zu jedem $c \geq 0$ und $\varphi \in \mathbb{R}$ solche Zahlen $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ gibt, dass

$$c \sin(x + \varphi) = \alpha \sin x + \beta \cos x \quad \text{für alle } x \in \mathbb{R},$$

indem Sie geeignete α und β explizit angeben.

(Notwendige Punktzahl: 16 von 65)