$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & & a_{nm} \end{pmatrix}$$

$n \times m$ - Matrix

\# Zeile

\# Spalte

$n \neq m$ rechteckig

$$\underbrace{A}_{\text{Matrix}} = (\underbrace{a_{ij}}_{\text{Matrixelement}}) \quad , \quad \begin{array}{l} i = 1, \ldots, n \\ j = 1, \ldots, m \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 8 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 13 & 8 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

alle gleiche Form, hier 2×3

$$\cancel{\begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 8 & \sqrt{\pi} \end{pmatrix}}$$

nicht definiert

da unterschiedliche Form

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\underline{2} \times 3 \qquad\qquad\qquad 3 \times \underline{4}$$

Ergebnis : $\underline{2} \times \underline{4}$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \qquad 3 \times 4$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix} \qquad 2 \times 3$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 6 & 19 \\ 4 & 1 & 8 & 35 \end{pmatrix} = A \cdot B \qquad 2 \times 4$$

gelb $\quad (-1)\cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = 8$

$B \cdot A$ ist hier <u>nicht</u> definiert

Reihenfolge wichtig

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

2×3 $\qquad$ 3×2

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

bei quadratische Matrize: Spiegelung an Hauptdiagonale

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \underline{2} & 5 \\ \underline{2} & 3 & 7 \\ 5 & 7 & \pi \end{pmatrix}$$ ist symmetrisch

d. h. $A = A^T$

nur möglich für quadratische Matrizen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \cdot \underbrace{\overbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{\in \mathbb{R}^2}}_{2 \times 1} = \underbrace{\overbrace{\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}}^{\in \mathbb{R}^3}}_{3 \times 1}$$

3×2

Vektoren, aufgefasst als Spaltenmatrizen

$$
\begin{tikzcd}
\text{Tü} \arrow[r, bend left, "5\%"] & \text{RT} \arrow[l, bend left, "10\%"]
\end{tikzcd}
$$

$$
N^{(0)} = \begin{array}{cl} \begin{pmatrix} 84\,000 \\ 112\,000 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow \text{Tübing} \\ \leftarrow \text{Reutling} \end{array} \end{array} = \begin{pmatrix} N_1^{(0)} \\ N_2^{(0)} \end{pmatrix}
$$

$$
N_1^{(1)} = 0{,}95 \cdot N_1^{(0)} + 0{,}1 \cdot N_2^{(0)}
$$

$$
N_2^{(1)} = 0{,}05 \cdot N_1^{(0)} + 0{,}9 \cdot N_2^{(0)}
$$

$$
\begin{pmatrix} N_1^{(1)} \\ N_2^{(1)} \end{pmatrix} = N^{(1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0{,}95 & 0{,}1 \\ 0{,}05 & 0{,}9 \end{pmatrix}}_{= W\text{, Übergangsmatrix}} N^{(0)}
$$

Fibonacci-Kaninchen

einmonatige & zweimonatige Kaninchen $\quad N^{(t)} = \begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \end{pmatrix}$

einmonatige kriegen Junge (& werden zweimonatig)

zweimonatige kriegen Junge (& sterben)

$$N_1^{(t+1)} = N_1^{(t)} + N_2^{(t)}$$

$$N_2^{(t+1)} = N_1^{(t)}$$

$$N^{(t+1)} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}_{\text{Leslie-Matrix für Fibonacci-Kaninchen}} N^{(t)}$$

erweitere das Modell

30 % der 2-monatigen werden 3-monatig (& kriegen nochmal Junge)

5 % der einmonatigen werden nicht 2-monatig sterben

$$N^{(t+1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0{,}95 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}3 & 0 \end{pmatrix} N^{(t)} \qquad = \begin{pmatrix} N_1^{(t)} \\ N_2^{(t)} \\ N_3^{(t)} \end{pmatrix}$$

$A \neq 0$, $A^2 = 0$ (ÜA 33)

Annahme: A hat Inverse , $A^{-1} A = I$

$A^2 = 0$ von links mit A^{-1}

$\Rightarrow A^{-1} A^2 = 0$

$\Leftrightarrow A^{-1}(A \cdot A) = 0 \Leftrightarrow (A^{-1} \cdot A) \cdot A = 0$

$\Leftrightarrow I \cdot A = 0 \Leftrightarrow A = 0$ ↯ Widerspruch zur Voraussetzung

$$N^{(1)} = L \, N^{(0)}$$

$$N^{(2)} = L \, N^{(1)} = L \, (L \, N^{(0)})$$

$$= (L \cdot L) \, N^{(0)} = L^2 \, N^{(0)}$$

allgemein

$$N^{(t)} = L^t \, N^{(0)}$$