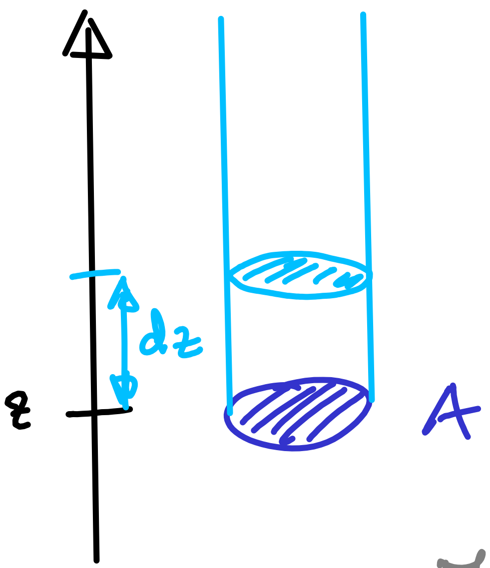


Druck = Kraft pro Fläche

Gewichtskraft der Luftsäule darüber

Druckänderung: $z \longmapsto z + dz$

$$dp = -g\, m_{LS}/A$$

Masse der Luftsäule: $m_{LS} = \underset{\text{Volumen}}{V} \cdot \underset{\text{Dichte}}{\rho} = A \cdot dz \cdot \rho$

d.h. $\frac{dp}{dz} = p'(z) = -g\, \rho(z)$

ideales Gas: $pV = nRT$ (Gaskonstante R, Molzahl n, Temperatur T) $\qquad V = \frac{m}{\rho}$

$$\Leftrightarrow \quad p\,\frac{m}{\rho} = nRT \Leftrightarrow \rho = \underbrace{\frac{m}{n}}_{=:M} \frac{p}{RT}$$

(Masse Gas: m)

$=: M$ molare Masse

$$\boxed{p'(z) = -\frac{gM}{R}\,\frac{1}{T(z)}\,p(z)}$$

Konstante: $\frac{gM}{R}$

Übrigens:

$$p(z) = p_0 \, e^{-\frac{gM}{RT}(z-z_0)}$$

$$= \underbrace{p_0 \, e^{+\frac{gM}{RT} z_0}}_{=:C} \cdot e^{-\frac{gM}{RT} z}$$

also nur eine freie Konstante

---

① $T(z) = T$ konstant

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{gM}{RT} p \quad \Big| \cdot \frac{1}{p} \cdot dz$$

$$\int \frac{dp}{p} = -\int \frac{gM}{RT} dz$$

$$\log p = -\frac{gM}{RT} z + \tilde{C} \quad \text{mit } C \in \mathbb{R} \text{ beliebig} \quad \Big| \exp(\ldots)$$

$$p = e^{\tilde{C}} \cdot e^{-\frac{gM}{RT} z}$$

hieß oben C

② $T(z) = T_0 + \gamma (z - z_0)$ $\quad (T(z_0) = T_0)$

$$\int \frac{dp}{p} = -\frac{gM}{R} \int \frac{1}{T_0 + \gamma(z-z_0)}\, dz$$

beliebig

$$\log p = -\frac{gM}{R\gamma} \log\left(T_0 + \gamma(z-z_0)\right) \ldots + C \quad | \exp(\ldots)$$

$$p = \left(T_0 + \gamma(z-z_0)\right)^{-\frac{gM}{R\gamma}} \cdot e^{C}$$

Klammer T_0 aus

$$= p_0 \left(1 + \frac{\gamma}{T_0}(z-z_0)\right)^{-\frac{gM}{R\gamma}}$$

$$T_0^{-\frac{gM}{R\gamma}} \cdot e^{C}$$

statt freier Konstante C verwende nun p_0, Druck in Höhe z_0

Bspe für DGLn:

① $\dot{x} + x = 0$ autonome DGL 1. Ordnung

$d=1, \; n=1$

$$\dot{x} = f(x, \cancel{t}) = -x$$

② $\dot{x} + x = \sin t$ zeitabhängige DGL 1. Ordnung

$d=1, \; n=1$

$$\dot{x} = f(x,t) = -x + \sin t$$

③ $\ddot{x} + x = 0$ autonome DGL 2. Ordnung

$d=1, \; n=2$

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) = -x$$

④ $\dot{x}_1 = x_2$ autonomes System 1. Ordnung

$\dot{x}_2 = -x_1$

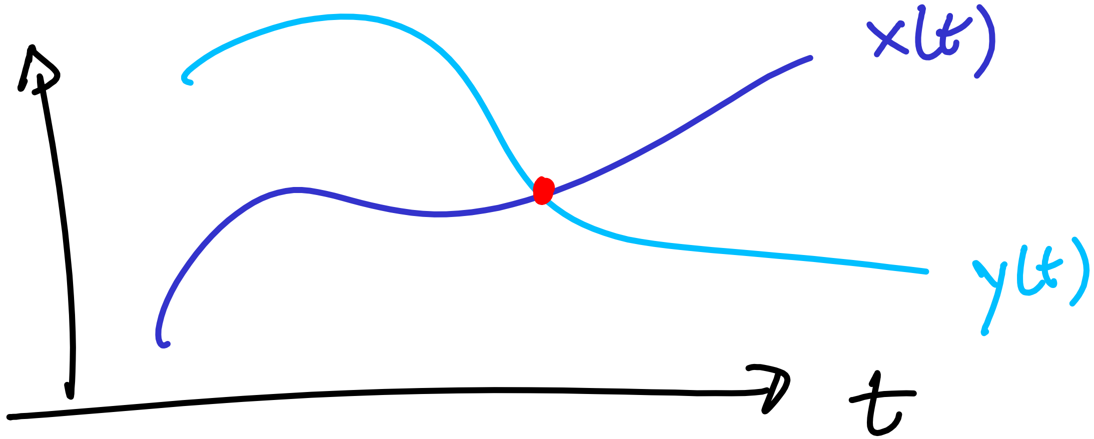
$d=2, \; n=1$

in Vektorschreibweise $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -x_1 \end{pmatrix} = \vec{f}(x_1, x_2, t) = f(\vec{x}, t)$$

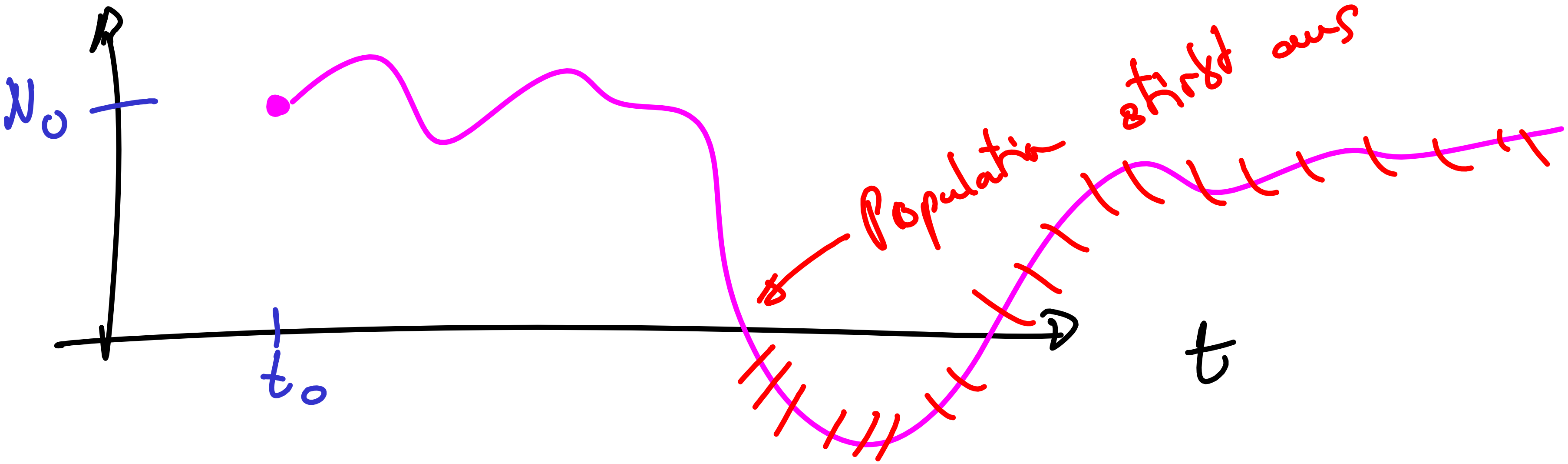
$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Folgerung aus Picard-Lindelöf



unmöglich !

Populationsgröße $N(t)$

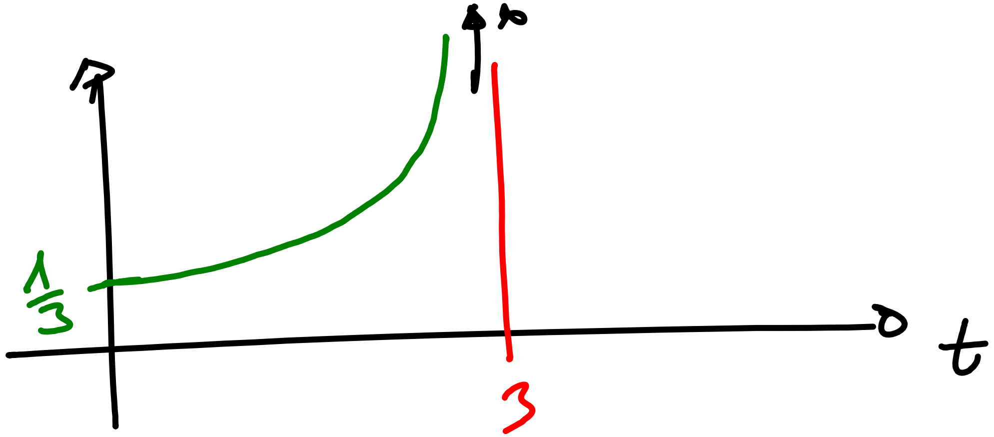


anderes Bsp

<u>AWP:</u> $\dot{x} = x^2 \quad , \quad x(0) = \frac{1}{3}$

Lösung $x(t) = \frac{1}{3-t}$ denn

$$\dot{x} = \left((3-t)^{-1}\right)^{\bullet} = (-1)\cdot(3-t)^{-2}\cdot(-1) = \left(\frac{1}{3-t}\right)^2 = x^2$$



Reduktion $\qquad \ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$$x_1 := x \qquad\qquad \dot{x}_1 = \dot{x} = x_2$$

$$x_2 := \dot{x} \quad \Rightarrow \quad \dot{x}_2 = \ddot{x} = -\omega^2 x = -\omega^2 x_1$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{\vec{x}} = \begin{pmatrix} x_2 \\ -\omega^2 x_1 \end{pmatrix} = f(\vec{x}, t)$$

$$S + E \underset{k_{-1}}{\overset{k_1}{\rightleftharpoons}} SE$$

Konz.

$$\dot{s} = -k_1\, s \cdot e + k_{-1}\, c$$

$$\dot{e} = -k_1\, s \cdot e + k_{-1}\, c + k_2\, c$$