

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe freiwillig am 27.01.2012)

---

### Aufgabe 66

- a) Bestimmen Sie alle  $z \in \mathbb{C}$ , für die gilt  $z^6 = -6$ . Markieren Sie diese  $z$  in einer Skizze der komplexen Ebene.
- b) Berechnen Sie für  $x \in \mathbb{R}$  (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{i) } \sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x) \qquad \text{ii) } \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=\mu}^n \binom{\nu}{\mu} 2^{-\nu} \cos(\nu x)$$

### Aufgabe 67

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf  $\mathbb{C}^4$  eine orthonormierte Basis des Unterraums  $U \subset \mathbb{C}^4$  gegeben durch

$$U := \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

### Aufgabe 68

Sei  $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$  definiert durch

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & i & i \\ i & i & 1 & 1 \\ 1 & -1 & i & -i \\ i & -i & 1 & i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\det A$ ,  $\det(\overline{A^T})$  und  $\det(\overline{A^T}A)$ .

### Aufgabe 69

Berechnen Sie

a)  $\int_1^e \frac{2x^3 + 4x - \sqrt{x^3}}{x^2} dx$

b)  $\int_0^2 3x^2 e^{x^3} dx$

c)  $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$

d)  $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{25} e^{-t^2} dt$

HINWEIS: Denken Sie daran, dass  $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$  ist, wobei  $F$  der Gleichung  $F'(t) = f(t)$  genügt.