

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe freiwillig am 27.01.2012)

Aufgabe 66

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^6 = -6$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.
- b) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{i) } \sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x) \qquad \text{ii) } \sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=\mu}^n \binom{\nu}{\mu} 2^{-\nu} \cos(\nu x)$$

Aufgabe 67

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 eine orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

Aufgabe 68

Sei $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ definiert durch

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & i & i \\ i & i & 1 & 1 \\ 1 & -1 & i & -i \\ i & -i & 1 & i \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det A$, $\det(\overline{A^T})$ und $\det(\overline{A^T}A)$.

Aufgabe 69

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{2x^3 + 4x - \sqrt{x^3}}{x^2} dx$

b) $\int_0^2 3x^2 e^{x^3} dx$

c) $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$

d) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{25} e^{-t^2} dt$

HINWEIS: Denken Sie daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt.