

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Seien $x, y \in \mathbb{R}_+$ und $r, s \in \mathbb{Q}$. Zeigen Sie die Potenzgesetze:

$$x^r x^s = x^{r+s}, (x^r)^s = x^{rs}, (xy)^r = x^r y^r$$

(Hinweis: Zunächst für $r, s \in \mathbb{N}$, dann aus \mathbb{Z} , dann erst aus \mathbb{Q})

2. (a) Sei $n \in \mathbb{Z}$ und $pot_n : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^n$. Zeigen Sie

$$pot'_n(x) = nx^{n-1}.$$

- (b) Zeigen Sie für alle $x > 0$:

$$\frac{d}{dx} \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

3. Zeigen Sie: Ist $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar und $f' = const.$, so ist f affin-linear.

4. Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie:

(a) Hat f in $x_0 = a$ ein Minimum, so ist $f'(a) \geq 0$; hat f in $x_0 = b$ ein Minimum, so ist $f'(b) \leq 0$.

(b) Satz von Darboux: Ist $f'(a) < 0$ und $f'(b) > 0$, so gibt es ein $\xi \in (a, b)$ mit $f'(\xi) = 0$.
(Vorsicht: f' braucht nicht stetig zu sein.)

Abgabe: Freitag, 23. Dezember 2011, 9 Uhr, in der Vorlesung