Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2011/12
27.01.2012
Blatt 14

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

Bonus-Blatt

1. Bestimmen Sie die Taylorentwicklung der Funktionen tan und arcsin bis zur fünften Ordnung in $a = 0$.

2. Zeigen Sie: Ist $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit $f' = 1 + f^2$, dann existiert eine Konstante $c \in \mathbb{R}$, so dass für alle $x \in I$ gilt:
$$f(x) = \tan(x + c).$$
(Hinweis: Man differenziere die Funktion $x \mapsto \arctan(f(x))$.)

3. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$$f(x) := \begin{cases} x^2 \cos(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$
differenzierbar ist (auch in $a = 0$) und dass ihre Ableitung im Nullpunkt unstetig ist.

4. Diskutieren Sie das Verhalten der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \arctan(e^{(x^2)})$, d.h.:
Bestimmen Sie die Nullstellen und die lokalen Extremstellen von f, untersuchen Sie das asymptotische Verhalten von f für $x \to \pm\infty$ und fertigen Sie eine Skizze des Graphen von f an.

Abgabe: Freitag, 3. Februar 2012, 9 Uhr, in der Vorlesung