Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2011/12
21.10.2011
Blatt 2

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Sei $\mathbb{K}$ ein Körper. Zeigen Sie, dass für zwei Elemente $x, y \in \mathbb{K}$ gilt: $xy = 0$ genau wenn $x = 0$ oder $y = 0$ ist. Versuchen Sie, jeden Schritt Ihres Beweises mit einem Körperaxiom oder einer schon bewiesenen Aussage zu begründen.

2. Sei $\mathbb{K}$ ein angeordneter Körper. Zeigen Sie für alle $x, y \in \mathbb{K}$:
$$||x| - |y|| \leq |x - y| \, .$$
(Hinweis: es reicht zu zeigen: $|x| - |y| \leq |x - y|$. Warum?)

3. (a) Seien $f : A \to B$ und $g : B \to C$ Abbildungen. Zeigen Sie:
    (i) Ist $g \circ f$ injektiv, so auch f.
    (ii) Ist $g \circ f$ surjektiv, so auch g.

   (b) Zeigen Sie: Eine Abbildung $f : A \to B$ ist genau dann bijektiv, wenn es eine Abbildung $g : B \to A$ gibt mit
$$g \circ f = \mathrm{id}_A, f \circ g = \mathrm{id}_B.$$

4. Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:
$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} \, , \quad \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{3} n(n + \frac{1}{2})(n+1).$$
(Können Sie auch einen geschlossenen Ausdruck für $\sum_{k=1}^{n} k^3$ finden?)

Abgabe: Freitag, 28. Oktober 2011, 9 Uhr, in der Vorlesung