Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2011/12
04.11.2011
Blatt 4

Übungen zu „Mathematik für Physiker I“

1. Sei $r \in \mathbb{N}$ sowie $a_0, ..., a_r$, $b_0, ..., b_r \in \mathbb{R}$ und $b_r \neq 0$. Zeigen Sie, dass die Folge (x_n), wo

$$x_n = \frac{a_r n^r + ... + a_1 n + a_0}{b_r n^r + ... + b_1 n + b_0}$$

ist, gegen $\frac{a_r}{b_r}$ konvergiert.

2. Ordnen Sie die folgenden Folgen nach der Größe ihres Wachstums:

$$(n!!),\ (n^n!),\ (n^{n!}),\ (n!^n).$$

3. Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv wie folgt definiert: $a_1 = 1$ und $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{2}{a_n})$ für $n \geq 1$.
   (a) Bestimmen Sie die ersten vier Folgenglieder.
   (b) Zeigen Sie: Wenn (a_n) konvergiert, so gilt für den Grenzwert $a = \lim_{n \mapsto \infty}(a_n)$: $a > 0$ und $a^2 = 2$.

4. Zeigen Sie: Konvergiert jede Cauchy-Folge, so hat jede Intervallschachtelung einen Kern.

Abgabe: Freitag, 11. November 2011, 9 Uhr, in der Vorlesung