Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2011/12
25.11.2011
Blatt 7

Übungen zu „Mathematik für Physiker I"

1. Sei $f : [0,1] \to [0,1]$ stetig. Zeigen Sie, dass f einen Fixpunkt haben muss, d.h. es gibt ein $\xi \in [0,1]$ mit $f(\xi) = \xi$. (Hinweis: Betrachten Sie die Funktion $h : [0,1] \to \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - x$.)

2. (a) Geben Sie (zusammen mit einer Skizze des Graphen) eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ an, die jeden Wert genau dreimal annimmt.

   (b) Zeigen Sie, dass es keine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ geben kann, die jeden Wert genau zweimal annimmt.

3. (a) Zeigen Sie, dass für alle $y_1, y_2 \geq 0$ gilt: $\sqrt{y_1 y_2} = \sqrt{y_1}\sqrt{y_2}$.

   (b) Zeigen Sie, dass die Folge $(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ eine Nullfolge ist. Wogegen konvergiert $(\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n})$?

   (c) Zeigen Sie, dass $(\sqrt[n]{n})$ gegen 1 konvergiert. (Hinweis: Man setze $\sqrt[n]{n} = 1 + h_n$ und benutze "Binomis" Folgerung $(1 + h_n)^n \geq \binom{n}{2} h_n^2$.)

4. Zeigen Sie, dass die Funktion $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{x}$ gleichmäßig stetig ist.

Abgabe: Freitag, 2. Dezember 2011, 9 Uhr, in der Vorlesung