Mathematisches Institut
der Universität Tübingen
Prof. Dr. F. Loose
F. Schmidt

WS 2011/12
04.02.2012

Klausur zu „Mathematik für Physiker I“

Aufgabe 1 (2P) Bestimmen Sie den Wert der unendlichen Reihe

$$\sum_{i=0}^{\infty} 1984^{-i}.$$

Aufgabe 2 (2P) Berechnen Sie die Stammfunktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ der Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \sin(x)\cos(x)$$

mit $F(0) = 0$.

Aufgabe 3 (4P) Widerlegen Sie folgende Aussagen durch die Angabe eines Gegenbeispiels:

(a) Jede stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist differenzierbar;

(b) jede integrierbare Funktion $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ is stetig;

(c) jede stetige Funktion $f : (0,1) \to \mathbb{R}$ ist beschränkt;

(d) jede differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist 2-mal differenzierbar.

Aufgabe 4 (4P) Zeigen Sie, dass die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} x\sin(\frac{1}{x}), & \text{für } x \neq 0 \\ 0, & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

stetig in $x_0 = 0$ ist.

Aufgabe 5 (4P) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig und seien $g_1, g_2 : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar mit $g_1(x) \leq g_2(x)$, für alle $x \in \mathbb{R}$. Wir definieren $H : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$H(x) := \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(t)dt.$$

Begründen sie, warum H wohldefiniert ist, warum H differenzierbar ist und berechnen Sie dann die Ableitung Von H in Termen von f, g_1 und g_2. (Hinweis: Drücken Sie H mit Hilfe der Funktion $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, F(x) = \int_0^x f(t)dt$, aus.)