

MATHEMATISCHE PHYSIK I
Übungsblatt 12

Aufgabe 48: Pendel

$$H = \frac{p^2}{2} - \cos(q).$$

Argumentiere (Arnold-Liouville), dass es genau 3 Teile gibt, ($1 < H$, $-1 < H < 1$, $H < -1$) in denen es kanonische Winkel-Wirkungskordinaten gibt.

Schreibe I explizit hin.

Aufgabe 49: Rational abhängige Frequenzen

Es definiere $\omega \in \mathbb{R}^n$ eine bedingt periodische Bewegung

$$\Phi_t^\omega : \mathbb{T}^n \rightarrow \mathbb{T}^n, \varphi \mapsto \varphi + t\omega \pmod{2\pi\mathbb{Z}^n}.$$

Zeige: Wenn es ein $k \in \mathbb{Z}^n \setminus \{0\}$ mit $k \cdot \omega = 0$ gibt, dann existiert ein glattes $f : \mathbb{T}^n \rightarrow \mathbb{R}$ so, dass

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(\varphi + \omega t) dt \neq \frac{1}{2\pi} \int_{[0, 2\pi)^n} f(\varphi) d\varphi,$$

also Zeitmittel ungleich Raummittel ist.