

# Mathematik I

## für Biologen, Geowissenschaftler und Geoökologen

Übungsblatt 2 (Abgabe am 29.10.2012)

---

Bitte geben Sie bei Ihren Lösungen stets einen vollständigen Rechenweg und eine verständliche Begründung an. Bitte schreiben Sie in ganzen Sätzen. Abgabe **vor** der Vorlesung.

---

### Aufgabe 6

(10 Punkte)

- Beim klassischen Rezept für einen Mai Tai mischt man 6 Teile eines Jamaika-Rums (40% Alkohol) und 1,5 Teile Curaçao Orange (30% Alkohol) mit 0,75 Teilen Orgeat (Mandelsirup), 0,75 Teilen Zuckersirup und 2 Teilen frisch gepresstem Limettensaft. Wieviel Prozent Alkohol enthält der Cocktail?
- Ein Bergwerk fördert täglich 6 t (1 t=1000 kg) Material, das 60 % Kupfererz enthält, welches wiederum einen Kupfergehalt von 14 % hat. Wieviel kg Kupfer werden täglich gefördert?

### Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeichnen Sie zu jeder der folgenden Mengen ein Diagramm, das die Menge in einem kartesischen Koordinatensystem darstellt!

- $\{(x_1, x_2) \mid x_1 < 3\}$
- $\{(x_1, x_2) \mid x_2 > x_1\}$
- $\{(x, y) \mid x < 1\} \cap \{(x, y) \mid y > -2\}$
- $\{(x, y) \mid y > -2\} \cup \{(x, y) \mid y > x\}$
- $\{(x_1, x_2) \mid x_1 > x_2\} \cap \{(x_1, x_2) \mid x_2 < 4\}$

### Aufgabe 8

(10 Punkte)

Ein Elch kann sich aussuchen, welche Menge  $x$  (gemessen in Gewicht) er pro Tag an Landpflanzen frisst und welche Menge  $y$  an Wasserpflanzen. Eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen liefert 0,4 Energieeinheiten und 0,1 Einheiten Natrium, eine Gewichtseinheit Landpflanzen 0,5 Energieeinheiten und kein Natrium. Allerdings ist seine Wahl durch folgende drei Nebenbedingungen eingeschränkt: Um überleben zu können, muss er mindestens 2 Energieeinheiten pro Tag aufnehmen und mindestens 0,1 Einheiten Natrium. Andererseits hat der Magen nur ein begrenztes Fassungsvermögen von 40 Volumeneinheiten; eine Gewichtseinheit Landpflanzen hat ein Volumen von 5 Einheiten, während eine Gewichtseinheit Wasserpflanzen ein Volumen von 10 Einheiten hat. Formulieren Sie diese 3 Nebenbedingungen als Ungleichungen, die  $x$  und  $y$  enthalten. Zeichnen Sie in der  $xy$ -Ebene die 3 Nebenbedingungen ein sowie die Region, in der alle drei Bedingungen erfüllt sind! Bestimmen Sie außerdem den Punkt in dieser Region, bei dem die Energieaufnahme maximal ist!

**Aufgabe 9**

(20 Punkte)

Gegeben sei eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Durch welche geometrischen Operationen erhält man aus dem Graphen von  $f$  die Graphen der folgenden Funktionen?

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| a) $f_a(x) = f(x + 1)$ | b) $f_b(x) = f(x - 1)$ |
| c) $f_c(x) = f(x - 4)$ | d) $f_d(x) = 3f(x)$    |
| e) $f_e(x) = f(3x)$    | f) $f_f(x) = f(x/2)$   |
| g) $f_g(x) = 2f(x/2)$  | h) $f_h(x) = f(-x)$    |
| i) $f_i(x) = -f(-x)$   | j) $f_j(x) = -f(x)$ .  |

HINWEIS: Wenn Sie sich nicht sicher sind, dann probieren Sie es mal für verschiedene einfache Funktionen aus, wie z.B.  $x \mapsto x$ ,  $x \mapsto x^2$  oder  $x \mapsto x^3$ .

**Aufgabe 10**

(10 Punkte)

Im Gastbeitrag von Frau Prof. Tielböcker haben wir gelernt, dass beim Anbau von, z.B., Getreide der Ertrag  $Y$  (in g pro  $m^2$ ) wie folgt von der Aussaatdichte  $N$  (in Samen pro  $m^2$ ) abhängt:

$$Y = \frac{wN}{1 + aN}.$$

Dabei war  $w$  das Maximalgewicht pro Pflanze (in g) und  $a$  die Fläche (in  $m^2$ ), die die Pflanze benötigt, um  $w$  zu erreichen. Ein Bauer bewirtschaftete eine Ackerfläche  $A$  (in  $m^2$ ). Sei  $P_V$  der Preis (in € pro g), zu dem der Bauer seinen Ertrag verkauft und  $P_K$  der Preis (in € pro Samen), zu dem er sein Saatgut einkauft.

- Geben Sie den Erlös  $E$  und die Kosten  $K$  für das Saatgut in Abhängigkeit von der Anbaudichte  $N$  (und allen anderen Parametern) an.
- Sei nun  $wP_V = 2P_K$ . Zeichnen Sie  $aE/P_KA$  und  $aK/P_KA$  als Funktion von  $aN$ . (Warum nicht einfach  $E$  und  $K$  als Funktion von  $N$ ?) Für welche  $N$  ist  $E > K$ , für welche  $N$  ist  $E < K$ ? Markieren Sie diese Bereiche in Ihrem Diagramm.

**Aufgabe 11**

(10 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 18.11.12 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) *Proficiency* in den *Skills Graphing and solving linear inequalities, Graphing systems of inequalities* und *Shifting and reflecting functions*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- Machen Sie sich auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- Um eine bestimmte *Skill* zu üben, klicken Sie rechts oben auf *Practice* und geben Sie dann in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Graphing and solving linear inequalities*).
- Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihre/seine *Coach-ID*, welche Sie in den Übungsgruppen vom 29.10.–02.11.12 erhalten.