# Fibonacci-Kaminda

$F_1 = 1 \cdot N$, $F_2 = 1 \cdot N$, $F_3 = 2N$

$F_4 = 3N$, $F_5 = F_4 + F_3 = 5N$

N für Überlegung irrelevant

Fibonacci-Folge

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ....

$$G_t = \alpha^1 G_{t-1} \qquad (G_{t-1} = \alpha G_{t-2})$$

$$= \alpha^2 G_{t-2}$$

$$= \alpha^3 G_{t-3}$$

$$\vdots$$

$$= \alpha^t G_0$$

**Bsp:** $G_0 = 1$, $\alpha = 2$ $\Rightarrow$ $G_t = 2^t \cdot 1 = 2^t$

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $G_t$ | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | ... |

Sparkonto

$G_0$, $\alpha = 1{,}03$

3% Zinsen

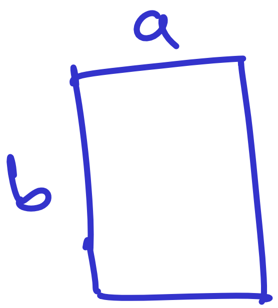
$$G_1 = (1{,}03)\,G_0$$

$$G_2 = (1{,}03)^2\,G_0 = 1{,}0609\,G_0$$

mehr als 6% wegen Zinseszins

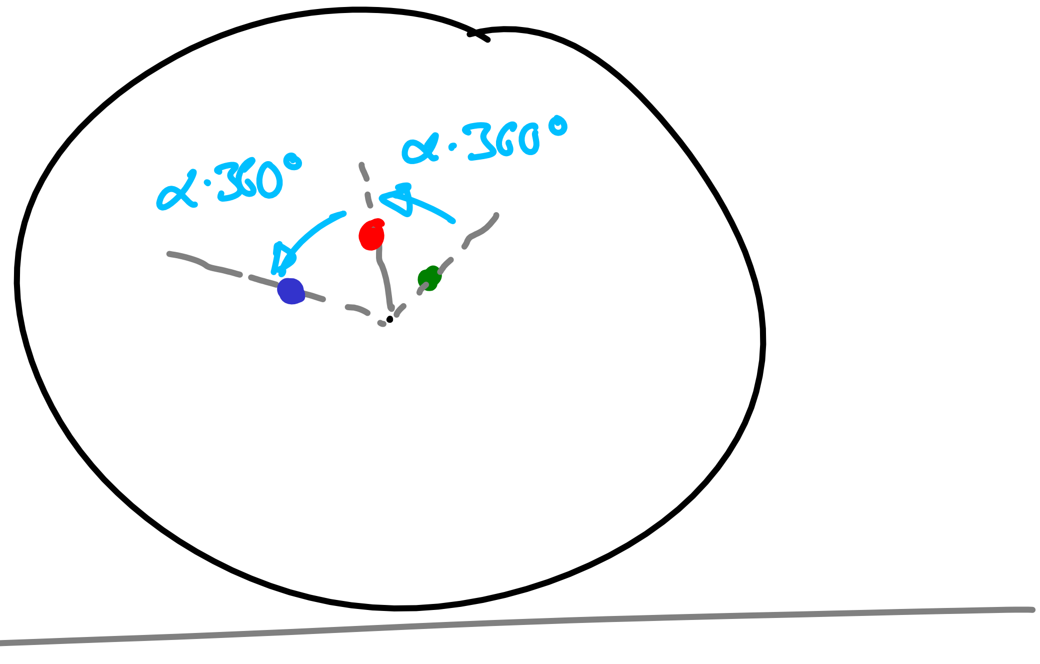
---

Goldener Schnitt




$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b} = \frac{1}{\frac{a}{b}+1}$$

$\rightsquigarrow$ Quadratische Glg. für $\frac{a}{b}$




$A_0 = 0 \;,\; \beta = 2$

$A_t = 0 + 2t = 2t$

nichtnegative gerade Zahlen

$A_t$ Guthaben auf Girokonto

$\beta = 850\,€/\text{Monat} - 700\,€/\text{Monat} = 150\,€/\text{Monat}$

$$A_t = A_0 + t \cdot 150\,€/\text{Monat}$$

---

expon. Wachstum mit variablen Faktor $\alpha$

$$G_t = \alpha_t \, G_{t-1} \qquad G_{t-1} = \alpha_{t-1} \, G_{t-2}$$

$$= \alpha_t \, \alpha_{t-1} \, G_{t-2}$$

$$\vdots$$

$$= \alpha_t \cdot \alpha_{t-1} \cdot \ldots \cdot \alpha_1 \cdot G_0$$

$$= \left( \prod_{s=1}^{t} \alpha_s \right) \cdot G_0$$

$\prod$ : Produktzeichen, großes $\pi$ (Pi)

vgl.: $\sum_{j=1}^{n} a_j = a_1 + a_2 + \dots + a_n$

Vergleiche mit exponentiellem Wachstum mit festem $\bar{\alpha}$

$$G_t = \underbrace{\left( \prod_{s=1}^{t} \alpha_s \right)}_{\overset{!}{=}\ \bar{\alpha}^t} \cdot G_0$$

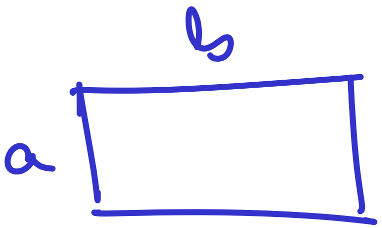
$$\Rightarrow \quad \bar{\alpha} = \sqrt[t]{\prod_{s=1}^{t} \alpha_s} = \left( \prod_{s=1}^{t} \alpha_s \right)^{1/t}$$

angenommen wir kennen $G_t$ und $G_0$:

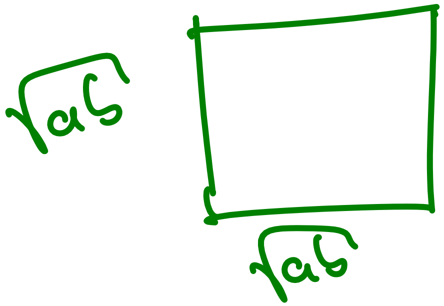
$$\bar{\alpha} = \sqrt[t]{\Pi \ldots} = \sqrt[t]{G_t / G_0}$$

geom. Mittel von $a, b > 0$:

Rechteck




Quadrat gleicher Fläche




---

$\frac{a+b}{2}$ größer/kleiner $\sqrt{ab}$

arithmet. ? geom.

Es gilt immer

$(a, b > 0)$

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \qquad \text{(quadriere)}$$

$$\Leftrightarrow \quad ab \leq \frac{a^2+2ab+b^2}{4} \qquad | \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow \quad 4ab \leq a^2 + 2ab + b^2 \qquad | -4ab$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 \leq a^2 - 2ab + b^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 \leq (a-b)^2$$

Schiff fährt

- die erste 300 km mit 20 km/h
  braucht dafür also

$$\frac{300\text{ km}}{20\text{ km/h}} = 15\text{ h}$$

- die zweite 300 km in

$$\frac{300\text{ km}}{30\text{ km/h}} = 10\text{ h}$$

insgesamt 600 km in 25 h

Durchschnittsgeschw. $\dfrac{600\text{ km}}{25\text{ h}} = 24\text{ km/h}$

$\neq \dfrac{30+20}{2}\text{ km/h}$ , $\neq \sqrt{30 \cdot 20}\text{ km/h}$

arithm. geom.

harmon. Mittel von 20 und 30

$$\frac{2}{\frac{1}{20}+\frac{1}{30}} = \frac{120}{3+2} = 24$$