

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe am 26.10.2012 vor der Vorlesung)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Bestimmen Sie geometrisch: $\left(\frac{i-1}{\sqrt{2}}\right)^{2012}$.

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

$$\sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

- Die Summe der ersten n positiven geraden Zahlen ist gleich $n(n+1)$.
- Die Summe der ersten n positiven ungeraden Zahlen ist gleich n^2 .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussagen zunächst mit der Summenschreibweise.
Für $n \in \mathbb{Z}$ ist $2n$ gerade und $2n+1$ ungerade.

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 10

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{a) } \sum_{k=5}^n x^k \quad \text{b) } \sum_{k=0}^{n+2} x^{k+n+1} \quad \text{c) } (x-y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1}$$

HINWEIS (zu Teil c): Multiplizieren Sie zunächst die Klammer aus und vergleichen Sie die beiden Summen, die Sie dann erhalten.

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

Aufgabe 11

(10 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 18.11.12 auf www.khanacademy.org *Proficiency* in den *Skills* *The complex plane*, *Imaginary unit powers*, *Adding and subtracting complex numbers* und *Multiplying complex numbers*.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- b) Um eine bestimmte *Skill* zu üben, klicken Sie rechts oben auf *Practice* und geben Sie dann in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Imaginary unit powers*).
- c) Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihre/seine *Coach-ID*, welche Sie in den Übungsgruppen vom 29.10.–02.11.12 erhalten.