

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 4 (Abgabe am 09.11.2012)

Aufgabe 17

(10 Punkte)

Bestimmen Sie (falls existent) die folgenden Grenzwerte!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+1} \left(\frac{n^3 + 3n - 1}{n^2} + 3n \right) \right) & \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n + \sqrt{n}} - \sqrt{n - 2\sqrt{n}} \right) & \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + x}{3x^2 + 2x} & \text{e) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} \end{array}$$

Aufgabe 18

(10 Punkte)

Zeigen Sie: Für jedes $\varepsilon > 0$ existiert ein $\delta(\varepsilon) > 0$, so dass

$$|x^2 - 4| < \varepsilon \quad \forall x \text{ mit } |x - 2| < \delta(\varepsilon),$$

d.h. geben Sie ein geeignetes $\delta(\varepsilon)$ explizit an.

Aufgabe 19

(10 Punkte)

Wo sind die folgenden Funktionen stetig, stetig fortsetzbar (und wie?) bzw. unstetig?

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{5x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^2 - x - 12}{x - 4} & \text{c) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x - 1)(x + 2)} \end{array}$$

Aufgabe 20

(10 Punkte)

Bestimmen Sie alle Asymptoten der folgenden Funktionen!

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \frac{5x^3 - 2x^2 + x}{3x^3 - 2x} & \text{b) } f(x) = \frac{x^3 - 1}{(x - 1)(x + 2)} & \text{c) } f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 1}}{x - 2} \end{array}$$

Aufgabe 21

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $n \in \mathbb{N}_0$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{1}{\mu+1} & \text{b) } \sum_{\nu=1}^n \sum_{\mu=\nu}^n \frac{x^\mu \nu}{\mu(\mu+1)} \end{array}$$

HINWEIS: Kennzeichnen Sie in der $\mu\nu$ -Ebene jeweils alle Paare (μ, ν) , über die in $\sum_{\nu=0}^n \sum_{\mu=\nu}^n \dots$ bzw. in $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=0}^{\mu} \dots$ summiert wird. Was fällt Ihnen auf?

Aufgabe 22

(5 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 29.11.12 auf www.khanacademy.org *Proficiency* in den *Skills Limits 1* und *Limits 2*. HINWEISE: Siehe Aufgabe 11.