

## Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 7 (Abgabe am 30.11.2011)

---

### Aufgabe 35 (10 Punkte)

Sei  $f : \mathbb{R}_0^- \rightarrow [1, \infty)$ ,  $x \mapsto \cosh(x)$ . Zeichnen Sie die Graphen von  $f$  und  $f^{-1}$ . Bestimmen Sie dann  $f^{-1}(x)$  explizit.

HINWEIS: Das Ergebnis hat die Form  $f^{-1}(x) = \log\left(P(x) + \alpha\sqrt{Q(x)}\right)$   
mit Polynomen  $P$  und  $Q$  sowie  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

### Aufgabe 36 (10 Punkte)

Sei

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & , \quad x \neq 0 \\ 0 & , \quad x = 0 \end{cases} .$$

- Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  mit (i)  $f(x) = 1$ , (ii)  $f(x) = -1$  und (iii)  $f(x) = 0$ .
- Skizzieren Sie den Graph von  $f$ .
- Ist  $f$  in Null stetig? Argumentieren Sie mit  $\varepsilon$  und  $\delta$ , und verwenden Sie dabei Ihre Ergebnisse aus Teil a.

### Aufgabe 37 (10 Punkte)

Die Funktion  $f$  sei definiert durch

$$\log^2(f(x)) + \log(f(x)) + x = 2f(x) . \quad (*)$$

Weiter sei  $x_0 := f^{-1}(1)$ .

- Bestimmen Sie  $x_0$ .
- Berechnen Sie  $f'(x_0)$ .

HINWEIS zu (b): Leiten Sie (\*) nach  $x$  ab und lösen Sie nach der gesuchten Größe auf.

### Aufgabe 38 (20 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{\nu=0}^{\infty} x^{\nu} \quad \forall |x| < 1 .$$

Bestimmen Sie damit die Taylorreihen der folgenden Funktionen um Null, und geben Sie an, wo diese konvergieren.

a)  $\frac{1}{1+x}$       b)  $\frac{1}{1-x^2}$       c)  $\frac{1}{x-5}$       d)  $\frac{1}{13-2x^3}$       e)  $\frac{1-x}{1+x}$

### Aufgabe 39 (10 Zusatzpunkte)

Erreichen Sie bis spätestens 13.01.13 auf [www.khanacademy.org](http://www.khanacademy.org) *Proficiency* in den *Skills Solving logarithms, Operations with logarithms, Graphs of sine and cosine* und *Pythagorean identities*.

HINWEISE: (i) Siehe Aufgabe 11. (ii)  $\sec(x) = \frac{1}{\cos(x)}$ ,  $\csc(x) = \frac{1}{\sin(x)}$ .