

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 14 (Abgabe am 01.02.2013)

Aufgabe 69

(10 Zusatzpunkte)

Bestimmen Sie alle Lösungen $X \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ von $AX = B$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 10 \\ 8 & 16 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 70

(10 Punkte)

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen.

a) $\frac{10 + 40i}{5i - 3}$ b) $e^{1+i\pi/2}$ c) $\cos(x + iy)$, wobei $x, y \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 71

(10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die gilt $z^4 = -16$. Markieren Sie diese z in einer Skizze der komplexen Ebene.
b) Berechnen Sie für $x \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll kein Summenzeichen mehr enthalten):

i) $\sum_{\nu=0}^n \cos(\nu x)$ ii) $\sum_{\mu=0}^n \sum_{\nu=\mu}^n \binom{\nu}{\mu} 2^{-\nu} \cos(\nu x)$

Aufgabe 72

(10 Punkte)

Bestimmen Sie bezüglich des kanonischen Skalarprodukts auf \mathbb{C}^4 eine orthonormierte Basis des Unterraums $U \subset \mathbb{C}^4$ gegeben durch

$$U := \text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right).$$

Aufgabe 73

(10 Punkte)

Berechnen Sie

a) $\int_1^e \frac{x^3 - 4x + \sqrt{x}}{x^2} dx$ b) $\int_0^\infty \frac{dx}{1+x^2} := \lim_{y \rightarrow \infty} \int_0^y \frac{dx}{1+x^2}$
c) $\frac{d}{dx} \int_0^{\sqrt{x}} e^{-t^2} dt$ d) $\frac{d}{dx} \int_{x^2}^{25} e^{-t^2} dt$

HINWEISE: Erinnern Sie sich bei Teil (b) an die Ableitungen der inversen trigonometrischen Funktionen. Denken Sie bei den Teilen (c) & (d) daran, dass $\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a)$ ist, wobei F der Gleichung $F'(t) = f(t)$ genügt – vielleicht ist es ja egal, ob man das F explizit kennt...