# Mathematik für Physiker I

Übungsblatt 13

**Aufgabe 60: Lineares Gleichungssystem in Matrixschreibweise** (Ein ×)

Bestimme die Lösung des Gleichungssystems $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -13 \\ -2 \end{pmatrix},$$

indem Du zunächst $A^{-1}$ berechnest.

**Aufgabe 61: Eigenschaften von Mengen** (Ein ×)

Welche der folgenden Mengen $A$ sind, betrachtet als Teilmenge von $\mathbb{R}$, offen, abgeschlossen, beschränkt, kompakt? Gib für nicht kompakte Mengen $A$ eine Folge in $A$ an, die keine konvergente Teilfolge mit Grenzwert in $A$ enthält.

a) $A = [1,2] \cup [3,4]$

b) $A = [1,2[ \cup ]2,3]$

c) $A = \mathbb{R}$ (die uneigentlichen Häufungspunkte $\pm\infty$ sind nicht im Abschluss von $\mathbb{R}$)

d) $A = \emptyset$

**Aufgabe 62: Abschluss, Rand und Inneres** (Ein ×)

Bestimme $\overline{A}$, $\mathring{A}$ und $\partial A$ für folgende Mengen:

a) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, 0 < |x| + |y| \leq 2\}$

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x > 0 \text{ und } y = \sin \frac{1}{x}\}$

c) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x \in \mathbb{Q} \cap [0,1], y \in [0,1]\}$

**Aufgabe 63: Vereinigung und Durchschnitt** (Ein ×)

Sei $\{O_n \subset \mathbb{R} \,|\, n \in \mathbb{N}\}$ eine Familie von offenen und $\{A_n \subset \mathbb{R} \,|\, n \in \mathbb{N}\}$ eine Familie von abgeschlossenen Mengen in $\mathbb{R}$. Welche der folgenden Mengen sind stets offen, welche abgeschlossen, welche im Allgemeinen nichts von beidem?

a) $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} O_n$

b) $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} O_n$

c) $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} A_n$

d) $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$

**Aufgabe 64: Definition der Abgeschlossenheit** (Ein ×)

Zeige für $D \subset X$ folgende Äquivalenz:

$$D \text{ ist abgeschlossen} \quad \Leftrightarrow \quad \text{für jede Folge } (z_n) \text{ in } D \text{ mit } \lim_{n\to\infty} z_n = z_0 \text{ ist } z_0 \in D$$

**Aufgabe 65: Stetigkeit** (Ein $\times$)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\, (x, y) \mapsto \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Wo ist $f$ stetig?