

Mathematik I für Naturwissenschaftler

Übungsblatt 2 (Abgabe spätestens am 25.10.2013 vor der Vorlesung)

Aufgabe 6

(10 Punkte)

Bestimmen Sie geometrisch: $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2013}$.

HINWEIS: Denken Sie an die Polardarstellung für komplexe Zahlen, fertigen Sie eine Skizze an und erklären Sie.

Aufgabe 7

(10 Punkte)

Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

a)

$$\sum_{k=0}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

b) Die Summe der ersten n positiven ungeraden Zahlen ist gleich n^2 .

HINWEISE: Formulieren Sie die Aussagen zunächst mit der Summenschreibweise.

Für $n \in \mathbb{Z}$ ist $2n$ gerade und $2n+1$ ungerade.

Aufgabe 8

(10 Punkte)

Sei $a_0 = 5$ sowie $a_{n+1} = 3a_n + 2$ für $n \in \mathbb{N}_0$. Zeigen Sie (mit vollständiger Induktion):

$$a_n = 2 \cdot 3^{n+1} - 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}_0.$$

Aufgabe 9

(10 Punkte)

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion:

Wird ein Kreis durch n Sekanten in Teilgebiete zerlegt, so läßt er sich mit 2 Farben so einfärben, dass benachbarte Gebiete verschiedene Farben haben.

HINWEIS: "Benachbart" bedeutet hier, dass die Gebiete entlang einer Strecke aneinanderstoßen (also nicht nur in einem Punkt).

Aufgabe 10

(10 Punkte)

Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ (d.h. das Ergebnis soll keine Summenzeichen mehr enthalten):

$$\text{a) } \sum_{k=3}^n x^k \quad \text{b) } \sum_{k=0}^{n+13} x^{k+n} \quad \text{c) } (x-y) \sum_{k=1}^n x^{n-k} y^{k-1}$$

HINWEIS (zu Teil c): Multiplizieren Sie zunächst die Klammer aus und vergleichen Sie die beiden Summen, die Sie dann erhalten.

(Zusatzpunkte auf der Rückseite)

Aufgabe 11

(12 Zusatzpunkte)

Üben Sie bis spätestens 15.12.13 auf www.khanacademy.org die *Skills*

- *Imaginary unit powers*,
- *Complex plane operations*,
- *Adding and subtracting complex numbers* und
- *Multiplying complex numbers*.

Je *Skill*, für die Sie am Stichtag den Status *Practiced* oder *Level One* erreicht haben, erhalten Sie 2 Punkte. Für den Status *Level Two* oder *Mastered* schreiben wir 3 Punkte gut.

HINWEIS: Um für Aktivitäten auf KHANACADEMY Zusatzpunkte zu erhalten, gehen Sie wie folgt vor.

- a) Machen Sie sich auf www.khanacademy.org einen Account. Geben Sie dabei als *Real Name* Ihren wahren Namen an.
- b) Um eine bestimmte *Skill* zu üben, geben Sie z.B. in das Suchfeld den Namen der *Skill* ein (z.B. *Imaginary unit powers*). Wenn Sie genügend Aufgaben in Folge richtig beantwortet haben, erreichen Sie den Status *Practiced*.
- c) Die Status *Level One*, *Level Two* und *Mastered* können Sie nur durch *Mastery Challenges* erreichen, die Ihnen angeboten werden, wenn Sie den nächst niedrigeren Status bereits vor einer Weile erreicht haben.
- d) Damit Ihr(e) Übungsgruppenleiter(in) Ihren Fortschritt sehen (und dafür Zusatzpunkte gutschreiben) kann, müssen Sie sie/ihn zu Ihrem *Coach* machen. Dazu benötigen Sie ihre/seine *Coach-ID*, welche Sie in den Übungsgruppen erhalten. (Wenn Sie vor dem Eintragen der *Coach-ID* bereits mit Ihrem Account geübt haben, dann wird Ihr Fortschritt auch nachträglich für Ihre(n) Übungsgruppenleiter(in) sichtbar.)