

MATHEMATIK FÜR PHYSIKER I

Übungsblatt 1

Aufgabe 1: Aufwärmübungen

- a) Bestimmen Sie einen Bruch $\frac{q}{p}$ mit $q, p \in \mathbb{N}$, $p < 11.000$ und

$$\left| \left(\frac{q}{p} \right)^2 - 3 \right| < 10^{-8}.$$

Folgern Sie, dass dann auch $\left| \frac{q}{p} - \sqrt{3} \right| < 10^{-8}$ gilt.

- b) Es seien $f(x) := \cos x + i \sin x$ und $g(x) := e^{ix}$. Zeigen Sie die Eulersche Formel

$$f(x) = g(x)$$

indem Sie die Funktion $h(x) := \frac{f(x)}{g(x)}$ mittels der Quotientenregel ableiten. Sie dürfen verwenden, dass $(e^{ix})' = ie^{ix}$ und $e^{ix} \neq 0$ gilt.

Aufgabe 2: Die AGM-Ungleichung

Seien a und b positive reelle Zahlen, also $a, b > 0$.

- a) Zeigen Sie, dass das geometrische Mittel durch das arithmetische Mittel beschränkt wird, also

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}.$$

Tipp: Binomische Formel.

- b) Zeigen Sie unter Verwendung von a), dass das harmonische Mittel durch das geometrische Mittel beschränkt wird, also

$$\frac{2}{1/a + 1/b} \leq \sqrt{ab}.$$

Aufgabe 3: Zahlkörper ?

Entscheiden Sie mit Begründung, ob die folgenden Mengen Körper sind, und wenn ja, ob sie angeordnet sind.

- a) \mathbb{N} mit der üblichen Addition und Multiplikation,
b) \mathbb{Z} mit der üblichen Addition und Multiplikation,
c) \mathbb{Q} mit der üblichen Addition und Multiplikation,
d) $\mathbb{F}_2 := \{0, 1\}$ mit den Verknüpfungen $+$ und \cdot gegeben durch die Verknüpfungstabellen

$$\begin{array}{c|cc} + & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \quad \text{und} \quad \begin{array}{c|cc} \cdot & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{array}.$$

Aufgabe 4: Konsequenzen der Körperaxiome *

Beweisen Sie die folgenden Aussagen ausgehend von den Körperaxiomen und ihren in der Vorlesung bereits bewiesenen Konsequenzen.

- a) Die Gleichung $a + x = b$ wird durch $x = b - a$ gelöst und diese Lösung ist eindeutig.
- b) Das neutrale Element der Multiplikation ist eindeutig bestimmt.
- c) Hat ein Körper mindestens zwei Elemente, so gilt $1 \neq 0$.
- d) In einem angeordneten Körper folgt aus $a \neq 0$, dass $a^2 > 0$. Folgern Sie daraus $1 > 0$.

Abgabe: Bis spätestens 10.00 Uhr am Montag den 21.10.2013 im Briefkasten von Herrn Teufel (Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3) oder zu Beginn der Vorlesung bis 10.15 Uhr im Hörsaal N9. Mit * gekennzeichnete Aufgaben müssen nicht schriftlich bearbeitet werden.

Zum Ablauf der Übungen:

Jeweils montags in der Vorlesung werden Übungsblätter mit Aufgaben zum Stoff der Vorlesung verteilt. Die intensive Beschäftigung mit diesen Aufgaben und die schriftliche Ausarbeitung der Lösungen sind unabdingbar für ein wirkliches Verständnis des Stoffs der Vorlesung. Jeder Teilnehmer muss seine schriftliche Ausarbeitung der Aufgaben spätestens am darauffolgenden Montag zu Beginn der Vorlesung abgeben.

Die Aufgaben werden danach in den Übungsgruppen besprochen. Zu einem Teil der Aufgaben werden die Lösungen dabei von Studierenden präsentiert. Die Übungsgruppenleiter teilen Ihnen spätestens eine Woche zuvor mit, ob und welche Aufgabe Sie vorrechnen müssen. Während der Vorbereitungswoche können Sie sich natürlich Hilfe und Feedback von Ihrem Übungsgruppenleiter holen. Das Vorrechnen einer Aufgabe kann nur in gut begründeten Ausnahmefällen abgelehnt oder verschoben werden. Bei unentschuldigtem Fehlen in einer Übungsstunde, in der man vorrechnen sollte, entfällt die Berechtigung zur Klausurteilnahme.

Voraussetzungen für die Zulassung zur Klausur und somit zum Erhalt der ECTS-Punkte sind:

- (1) Die sinnvolle Bearbeitung und schriftliche Abgabe von mindestens 50% der Übungsaufgaben zu den jeweils auf den Blättern genannten Terminen.
- (2) Die korrekte und sinnvolle Präsentation der zugewiesenen Aufgaben in den Übungsgruppen.
- (3) Das Bestehen der Tests am 06.12.2013 und am 30.01.2014.