Prof. Stefan Teufel
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2013/2014
07.01.2014

Mathematik für Physiker I

Übungsblatt 11

Aufgabe 43: Differenzierbarkeit (2 Punkte)
Skizzieren Sie die Funktionen $f, g : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) \;:=\; \begin{cases} x\sin(1/x) & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x = 0, \end{cases} \qquad g(x) \;:=\; \begin{cases} x^2\sin(1/x) & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Sind f und g stetig bei Null? Sind sie dort auch differenzierbar? Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 44: Mittelwertsatz (3 Punkte)

a) Sei $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie: Ist $f'(x) = 0$ für alle $x \in (a, b)$, dann ist f konstant.

b) Seien $a, b \in \mathbb{R}$, $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar und $f' : [a, b] \to \mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, dass f Lipschitz-stetig ist.

Tipp: Beachten Sie den Aufgabentitel!

Aufgabe 45: Hermite-Polynome (3 Punkte)
Das n-te Hermite-Polynom $H_n : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist definiert durch

$$H_n(x) \;:=\; (-1)^n \mathrm{e}^{x^2} \frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}x^n} \mathrm{e}^{-x^2}.$$

Zeigen Sie:

a) $H_{n+1} \;=\; 2xH_n \;-\; H_n'$,

b) H_n ist ein Polynom vom Grad n,

c) $H_n'' \;-\; 2xH_n' \;+\; 2nH_n \;=\; 0\,.$
Tipp: Zeigen Sie $H_n' = 2nH_{n-1}$ und verwenden Sie a)!

Abgabe: Bis spätestens 10.00 Uhr am Montag den 13.01.2014 im Briefkasten von Herrn Teufel (Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3) oder zu Beginn der Vorlesung bis 10.15 Uhr im Hörsaal N9.