Prof. Stefan Teufel
Mathematisches Institut, Universität Tübingen

Wintersemester 2013/2014
18.11.2013

Mathematik für Physiker I

Übungsblatt 6

Aufgabe 21: Der Logarithmus (4 Punkte)

a) Zeigen Sie unter Verwendung von Satz 3.3 aus der Vorlesung, dass für $x, y \in (0, \infty)$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt

(i) $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$,

(ii) $\ln(\frac{x}{y}) = \ln(x) - \ln(y)$,

(iii) $\ln(x^n) = n \ln(x)$.

b) Zeigen Sie ebenfalls unter Verwendung von Satz 3.3, dass für $x > -1$ und $x \neq 0$ gilt

$$\ln(1 + x) < x.$$

Aufgabe 22: Exponentialfunktion mit beliebiger Basis (4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass für $x, y \in (0, \infty)$ und $r, s \in \mathbb{R}$ gilt

(i) $(xy)^r = x^r y^r$,

(ii) $(x^r)^s = x^{rs}$,

(iii) $x^{r+s} = x^r x^s$.

b) Sei $k \in \mathbb{N}$ und betrachte $f(x) = a^x$ für $x \to +\infty$. Für welche $a \in (0, \infty)$ wächst f schneller als jede Potenz x^k, für welche solche a fällt f schneller als jede Potenz x^{-k}, für welche a stimmt nichts von beidem? Beweisen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 23: Polynomdivision (2 Punkte)

Kürzen Sie

$$\frac{x^5 + 9x^4 + 31x^3 + 51x^2 + 40x + 12}{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}$$

so weit wie möglich mittels geeigneter Polynomdivision.

Aufgabe 24: Die trigonometrischen Funktionen (2 Punkte)

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass für $\varphi \in \mathbb{R}$

(i) $1 - \cos(\varphi) = 2\sin^2(\varphi/2)$,

(ii) $1 + \cos(\varphi) = 2\cos^2(\varphi/2)$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme, dass der Tangens für $\varphi \in (-\pi/2, \pi/2)$ streng monoton wachsend ist, indem Sie $\tan(\varphi) - \tan(\psi)$ für $-\pi/2 < \varphi < \psi < \pi/2$ betrachten.

Abgabe: Bis spätestens 10.00 Uhr am Montag den 25.11.2013 im Briefkasten von Herrn Teufel (Gebäude C, Raum links vom Eingang in Ebene 3) oder zu Beginn der Vorlesung bis 10.15 Uhr im Hörsaal N9.