

## Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Montag, 10/12/2007, 12:00

Aufgabe Nummer 4 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden.

**Aufgabe 1:** Es sei  $G$  eine endliche Gruppe und  $U \leq G$  eine Untergruppe vom Index  $|G : U| = 2$ . Zeige,  $U$  ist ein Normalteiler von  $G$ .

**Aufgabe 2:** Es sei  $G$  eine Gruppe,  $U \leq G$  und  $N, M \trianglelefteq G$  mit  $M \subseteq N$ . Zeige

- a.  $N \trianglelefteq UN$ .
- b.  $U \cap N \trianglelefteq U$ .
- c.  $N/M \trianglelefteq G/M$ .

**Aufgabe 3:** Es sei  $G$  eine Gruppe und  $N \leq G$  die einzige Untergruppe von  $G$  mit Ordnung  $|N| = n$ . Zeige, dann ist  $N \trianglelefteq G$  ein Normalteiler.

**Aufgabe 4:** Bestimme alle Normalteiler der Gruppe  $\mathbb{D}_8 = \langle (1\ 2\ 3\ 4), (2\ 4) \rangle$  aus Aufgabe 4, Blatt 6.