

## Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Montag, 09/02/2008, 12:00

Aufgaben 59 und 60 sind Präsenzaufgaben und brauchen nicht zur Korrektur eingereicht zu werden. Zu ihrer Lösung sind die Inhalte der Vorlesung vom 9.2. notwendig.

**Aufgabe 57:** Wir wissen bereits, daß der Ring  $\mathbb{Z}[i]$  euklidisch und damit faktoriell ist. Zerlege die Zahl  $30 \in \mathbb{Z}[i]$  in  $\mathbb{Z}[i]$  in ein Produkt von Primelementen und begründe, weshalb diese prim sind.

**Aufgabe 58:** Es sei  $R$  ein Integritätsbereich. Dann sind die folgenden Aussagen gleichwertig:

- $R$  ist ein Körper.
- $R[t]$  ist ein euklidischer Ring.
- $R[t]$  ist ein Hauptidealring.

**Aufgabe 59:** Löst das folgende Kongruenzgleichungssystem in  $\mathbb{Z}$ :

$$x \equiv 5 \pmod{81}$$

$$x \equiv 7 \pmod{11}$$

$$x \equiv 1 \pmod{2}$$

**Aufgabe 60:**  $(\mathbb{Z}_{15}^*, \cdot)$  ist die Einheitengruppe des kommutativen Ringes mit Eins  $(\mathbb{Z}_{15}, +, \cdot)$ , und  $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4, +)$  ist mit der komponentenweisen Addition eine Gruppe. Zeige, daß diese beiden Gruppen isomorph sind.