

Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Montag, 30/11/2009, 10:00

Aufgaben Nummer 22 b. und 24 sind Präsenzaufgaben und brauchen nur von den Fernstudenten zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 21: Wir betrachten die Menge $M = \mathbb{R}^2$, und für zwei Punkte $P = (x, y) \in M$ und $Q = (u, v) \in M$ definieren wir

$$P \sim Q \iff \max\{|x|, |y|\} = \max\{|u|, |v|\}.$$

Zeige, daß \sim eine Äquivalenzrelation auf M definiert und beschreibe die Äquivalenzklasse von $P = (1, 1)$ geometrisch.

Aufgabe 22: Betrachte die Permutationen

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 1 & 7 & 8 & 6 \end{pmatrix}, \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 8 & 3 & 1 & 7 & 5 & 2 & 6 \end{pmatrix} \in \mathbb{S}_8.$$

- Berechne $\sigma \circ \pi$, $\pi \circ \sigma$, σ^{-1} , π^{-1} .
- Bestimme für jede der Permutationen in a. die Zyklenzerlegung.

Aufgabe 23: Finde zwei Untergruppen von \mathbb{S}_4 , die beide die Mächtigkeit 4 besitzen, aber nicht isomorph zueinander sind. Begründe, weshalb es Untergruppen sind und weshalb sie nicht isomorph zueinander sind.

Hinweis, eine der Gruppen wird ein Element der Ordnung 4 besitzen, die andere nicht. Verwende dann Aufgabe 20, um zu zeigen, daß die Gruppen nicht isomorph sein können.

Aufgabe 24: Bestimme die Elemente der Untergruppe $\mathbb{D}_{10} = \langle (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5), (1 \ 4) \circ (2 \ 3) \rangle \leq \mathbb{S}_5$ von \mathbb{S}_5 .