Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Wintersemester 2009/10, Blatt 15

Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Montag, 15/02/2010, 10:00

Aufgabe 60 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nicht zur Korrektur eingereicht zu werden. Zu ihrer Lösung sind die Inhalte der Vorlesung vom 15.2. notwendig.

Aufgabe 57:

a. Sind die Gruppen $(\mathbb{Z}_{14}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}_7, +)$ isomorph?

b. Sind die Gruppen $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}_6, +)$ isomorph?

c. Sind die Gruppen $(\mathbb{Z}_{14}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot)$ isomorph?

d. Sind die Gruppen $(\mathbb{Z}_{18}^*, \cdot)$ und $(\mathbb{S}_3, \circ)$ isomorph?

Begründe Deine Antwort.

Aufgabe 58: Es sei R ein Integritätsbereich und $0 \neq f \in R[t]$ ein Polynom vom Grad $n = \deg(f)$. Zeige, f hat höchstens n Nullstellen.

Aufgabe 59:

a. Zeige, $1 + i$ ist prim in $\mathbb{Z}[i]$.

b. Betrachte den Ringhomomorphismus

$$\alpha : \mathbb{Z}[i] \longrightarrow \mathbb{Z}_2 : x + y \cdot i \mapsto \overline{x^2 + y^2}.$$

aus Aufgabe 43. Berechne einen Erzeuger des Hauptideals $\operatorname{Ker}(\alpha)$.

Aufgabe 60: Bestimme mit Hilfe des Chinesischen Restsatzes *alle* Lösungen des Kongruenzgleichungssystems:

$$\begin{aligned} x &\equiv 2 \pmod 4 \\ x &\equiv 3 \pmod 7 \\ x &\equiv -7 \pmod{15} \end{aligned}$$