Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Wintersemester 2013/14, Blatt 3

Algebraische Strukturen

Abgabetermin: Dienstag, 05/11/2013, 10:00

Aufgabe Nummer 12 ist eine Präsenzaufgabe und braucht nur von den Fernstudenten zur Korrektur eingereicht zu werden.

Aufgabe 9: Aus Aufgabe 1 wissen wir, daß die Menge $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ mit der komponentenweisen Addition eine Gruppe ist. Untersuche für die folgenden Mengen U und V, ob sie Untergruppen von $(\mathbb{R}^2, +)$ sind.

a. $U = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x = 4y\}$.

b. $V = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$.

Aufgabe 10: Sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $A \subseteq G$ eine Teilmenge von G. Zeige, daß die Menge

$$V = \{g \in G \mid g \cdot u \cdot g^{-1} = u \ \ \forall\, u \in A\}$$

eine Untergruppe von G ist.

Aufgabe 11: Es sei $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $g \in G$. Zeige, ist die Menge $\{g^n \mid n > 0\}$ endlich, so gibt es ein $n > 0$ mit $g^n = e_G$.

Aufgabe 12: Zeige, die Menge

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \;\middle|\; a, b \in \mathbb{R}, (a, b) \neq (0, 0) \right\}$$

ist eine Untergruppe von $\big(\mathrm{Gl}_2(\mathbb{R}), \cdot\big)$.