

Algebra

Abgabetermin: Mittwoch, 19.06.2019, 10:00

Aufgabe 29: Überprüfe, ob die Körpererweiterung $\mathbb{Q}(\alpha)/\mathbb{Q}$ mit $\alpha = \sqrt{4 + \sqrt{7}}$ normal ist und bestimme den Grad der Körpererweiterung.

Aufgabe 30: Sei L/K eine algebraische Körpererweiterung. Zeige, daß die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

- (a) L/K ist normal.
- (b) Es gibt eine Teilmenge P von $K[t]$, so daß L aus K durch die Adjunktion der Nullstellen in \bar{L} der Polynome in P entsteht.
- (c) Für jeden Körpermonomorphismus $\varphi : L \rightarrow \bar{L}$ mit $\varphi|_K = \text{id}_K$ gilt $\varphi(L) = L$.

Hinweis: für man betrachte die Menge P aller Minimalpolynome von Elementen in L .

Aufgabe 31: Zeige, zu jeder algebraischen Körpererweiterung L/K gibt es eine Körpererweiterung N/L , so daß N/K normal ist und so daß es keinen echten Zwischenkörper $L < M < N$ mit M/K normal gibt.

Hinweis: nutze Aufgabe 30, um N zu konstruieren und die Normalität zu prüfen.

Aufgabe 32: Es sei K ein Körper mit $\text{char}(K) = p > 0$ und $f \in K[t]$ sei irreduzibel. Zeige, f ist genau dann nicht separabel, wenn es ein $g \in K[t]$ gibt mit $f = g(t^p)$.