Fachbereich Mathematik
Thomas Markwig

Sommersemester 2021, Blatt 8

Algebra

Abgabetermin: Donnerstag, 17.06.2021, 10:00

Aufgabe 17: Es sei K ein Körper mit $\mathrm{char}(K) = p > 0$ und $f \in K[t]$ sei irreduzibel. Zeige, f ist genau dann nicht separabel, wenn es ein $g \in K[t]$ gibt mit $f = g(t^p)$.

Aufgabe 18: Sei L/K eine algebraische Körpererweiterung.
Zeige, daß die folgenden Eigenschaften äquivalent sind:

(a) L/K ist normal.

(b) Es gibt eine Teilmenge P von $K[t]$, so daß L aus K durch die Adjunktion der Nullstellen in $\overline{L}$ der Polynome in P entsteht.

(c) Für jeden Körpermonomorphismus $\varphi : L \longrightarrow \overline{L}$ mit $\varphi_{|K} = \mathrm{id}_K$ gilt $\varphi(L) = L$.

Hinweis: man betrachte die Menge P aller Minimalpolynome von Elementen in L.

Aufgabe 19: Es sei K ein Körper mit 243 Elementen und Primkörper $\mathbb{F}_3$ und es sei $f \in \mathbb{F}_3[t]$ ein irreduzibles Polynom vom Grad 5. Zeige, dass f über K in Linearfaktoren zerfällt.

Präsenzaufgabe 13: Zeige, zu jeder algebraischen Körpererweiterung L/K gibt es eine Körpererweiterung N/L, so daß N/K normal ist und so daß es keinen echten Zwischenkörper $L < M < N$ mit M/K normal gibt.

Hinweis: nutze Aufgabe 18, um N zu konstruieren und die Normalität zu prüfen.